Der Fermatsche Satz

Fermat (1601-1665)

Beweis nach

Norbert Südland

8. 2.2008

Behauptung

- **Die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ lässt sich für natürliche x, y, z und natürliches $n > 2$ nicht lösen.**
- Potenzzahl: $z^n := n$ Faktoren z
- Natürliche Zahl: Ganze Zahl $z > 0$
- Variablen x, y, z und n stehen jeweils für eine Zahl, hier aus den natürlichen Zahlen.

1. Substitution der Gleichung

- Umstellung: $(x/y)^n = (z/y)^n - (y/y)^n = q^n - 1$
- Geometrische Folge als Teleskopsumme:
  $q^n - 1 = (q - 1)(q^{n-1} + \cdots + q^{\mu} + \cdots + q + 1)$
- $z^n - y^n = (z - y)(z^{n-1} + \cdots + z^{n-1-\mu} y^{\mu} + \cdots + y^{n-1})$
- Faktor $(z - y)$ sei a (ist oft Eins) für $n > 1$.
- Sonderfall $n = 1$ ist lösbar: $x + y = z$
- Also 1. Substitution für $n > 1$: $z = y + a$

2. Substitution für $a = 1$

- Restproblem für $a = 1$: $x^n = (y + 1)^n - y^n$
- Sonderfall $n = 2$: $x^2 = 2\,y + 1$
  führt auf alle ungeraden Quadratzahlen.
- Für $n > 2$ Binomischer Lehrsatz zwingend:
  $x^3 = (y + 1)^3 - y^3 = \quad 3\,y^2 + 3\,y + 1$
  $x^4 = (y + 1)^4 - y^4 = 4\,y^3 + 6\,y^2 + 4\,y + 1$ usw.
- Also 2. Substitution für $n > 2$: $x^n = - y^n$

Pythagoräische Zwillinge

- Restproblem für $a > 1$: $x^n = (y + a)^n - y^n$
- Sonderfall $n = 2$, a fest: $x^2 = 2\,a\,y + a^2$
  ergibt fehlende Pythagoräische Zwillinge:
- $y = (x^2 - a^2) / (2\,a)$ ist oft glatt lösbar, z.B.:
- $a = 2$: $17^2 - 15^2 = 8^2 = x^2$ (irreduzibel)
- $a = 3$: stets reduzibel durch Division mit 9
- $a = 9$: $149^2 - 140^2 = 51^2$ (irreduzibel)

2. Substitution für $a > 1$

- Für $n > 2$ ist Binomischer Lehrsatz zwingend:
  $x^3 = (y + a)^3 - y^3 = \qquad 3\, a\, y^2 + 3\, a^2\, y + a^3$
  $x^4 = (y + a)^4 - y^4 = 4\, a\, y^3 + 6\, a^2\, y^2 + 4\, a^3\, y + a^4$
  usw.
- Der Binomische Lehrsatz (von Fermat und Pascal) ist für $n > 2$ derart fundamental, dass er nicht umgangen werden kann.
- Also 2. Substitution für $n > 2$: $\qquad x^n = - y^n$

Schluss

- Die Gleichung $x^n = - y^n$ führt immer aus der Menge der natürlichen Zahlen heraus.
- Damit folgt die Behauptung:
  Die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ lässt sich für natürliche x, y, z und natürliches $n > 2$ nicht lösen.
- quod erat demonstrandum (Das war‘s).

Dank an folgende Person

- Professor Dr. Bodo Volkmann (Stuttgart): Nennung eines irreduziblen Beispiels für $a > 1$ und $n = 2$
- **Hinweis:**
  Wenn Ihnen weitere Schwächen in dieser Beweisführung zum Fermatschen Satz auffallen, dann wenden Sie sich bitte an:
- Norbert.Suedland@t-online.de