

Bericht über die AG 1 der BPE-Jahrestagung 2008 in Kassel
“Psychiatrie-Erfahrene wissen mehr” mit und von Dr. Norbert Südländ

Es kamen 8-10 Teilnehmer, manche auch ohne Abitur oder Vorkenntnisse in der Mengenlehre, allesamt Psychiatrie-erfahren.

Gegenwärtig finden Gespräche mit dem Personal der Psychiatrie in Heidenheim an der Brenz statt, wo es um die Einführung einer Therapeutischen Mathematik geht. Die Mathematik kann sich je nach Patient (auf freiwilliger Basis also) als Therapeutikum für sehr viele psychiatrische Leiden erweisen, außer bei Überarbeitung (burn out). Ein Aufgabenblatt hierzu ist bereits entworfen worden, wobei jede Aufgabe unabhängig von den anderen Aufgaben bearbeitet werden kann und vor allem den Kenntnisstand des Patienten berücksichtigen soll.

Im Themenbereich 5 (“Konsistente Erweiterung der Rechenkunst = Forschung im Dienst für andere Menschen”) stellt die Aufgabe 5.a folgendes mathematische Problem dar:

Sei $x \leq 0$ (\leq bedeutet: kleiner oder gleich). Welchen Booleschen Wert ergibt dann die Abfrage, ob $x \geq 0$ (\geq bedeutet: größer oder gleich) ist?

Nach spontaner Meinung eines Wiener Physik-Professors kam z.B. im September 2008 die Antwort: “Das ist nicht definiert.” Nun ist es zumindest in der Physik in solchen Fällen üblich zu fragen: “Und wie sollten wir das definieren, damit wir antworten können?”

1. Möglichkeit: Die Antwort sei Ja

Als Begründung für eine solche Antwort mag gelten, dass die Definitionsmenge $M_1 = \{x \mid x \leq 0\}$ mit der Abfragemenge $M_2 = \{x \mid x \geq 0\}$ keine leere Schnittmenge bildet.

Nun wird zur Probe das Gegenteil der Abfragemenge M_2 als $M_3 = \{x \mid x < 0\}$ errechnet und untersucht, welche Antwort dann mit den soeben aufgestellten “Spielregeln” (zur Begründung der Antwort) heraus kommt:

Wieder ist die Schnittmenge aus M_1 und M_3 nicht leer, so dass erneut die Antwort **Ja** zu erwarten ist.

Dies führt zu der widersprüchlichen Aussage, dass das Gegenteil von Ja (oder Richtig) ebenfalls Ja (oder Richtig) sei.

2. Möglichkeit: Die Antwort sei Nein

Als Begründung für eine solche Antwort mag gelten, dass die Definitionsmenge $M_1 = \{x \mid x \leq 0\}$ keine Teilmenge der Abfragemenge $M_2 = \{x \mid x \geq 0\}$ ist.

Auch hierfür wird zur Probe das Gegenteil der Abfragemenge M_2 als $M_3 = \{x \mid x < 0\}$ errechnet und untersucht, welche Antwort dann mit den soeben aufgestellten “Spielregeln” (zur Begründung der Antwort) heraus kommt:

Wieder ist die Definitionsmenge M_1 keine Teilmenge der Menge M_3 , so dass erneut die Antwort **Nein** zu erwarten ist.

Dies führt zu der widersprüchlichen Aussage, dass das Gegenteil von Nein (oder Falsch) ebenfalls Nein (oder Falsch) sei.

Kurt Gödel hat 1931 sehr allgemein Probleme dieser Art beschrieben und sie als “Fälle der Unentscheidbarkeit” bezeichnet. Dies löste eine Grundlagenkrise der Mathematik aus, die immer noch andauert. Erst die höheren Semester einer Mathematik-Vorlesung erfahren erstmals etwas von Gödels Satz.

In der Booleschen Algebra gibt es im einfachsten Fall nur die Antworten **Ja** (bzw. Richtig) oder **Nein** (bzw. Falsch). Sind das alle möglichen Antworten, so ist das Problem deshalb “unlösbar”. Einer der Teilnehmer der Arbeitsgruppe wies darauf hin, dass Gödel verhungert sei, weil er nicht entscheiden konnte, ob sein Essen vergiftet sei.

Der vorgeführte Widerspruch ist vergleichbar mit einer Krise, wie sie auch im psychiatrischen Alltag vorkommen kann. Wenn konsistente Gedankengänge in gewohnten Denkgewohnheiten nicht mehr zu sinnvollen Ergebnissen führen, ist mitunter von einem “Kulturschock” die Rede, da speziell bei der Begegnung mit Vertretern anderer Kulturen eine deutlich Verletzung der eigenen Denkmuster stattfinden kann.

Um Gödels Problem zu lösen, lohnt sich folgender Ansatz (Ein Ansatz wird in der mathematischen Kunst als "Hoffnung" bezeichnet.):

Wir werten das widersprüchliche Phänomen als Funktional-Gleichung für eine noch unbekannte Antwort, deren Eigenschaften wir schon kennen. Diese Funktional-Gleichung lautet in der Schreibweise nach Gödel, der das Gegenteil von x mit $\sim[x]$ bezeichnet:

$$\sim[x] = x$$

Gelingt es, diese Gleichung für eine Antwort x zu erfüllen, so ist das Problem gelöst. Die besagte Funktional-Gleichung wird in der Mathematik als "Fixpunkt des Gegenteil-Operators" bezeichnet. Demnach suchen wir nun nach dem Ruhepunkt einer sich ständigen Umkehr ins Gegenteil – wie bei einer Iteration.

Nach Meinung mancher Fachleute existiert keine solche Antwort x , nach Meinung anderer Fachleute beweist diese Funktional-Gleichung aber die Existenz einer solchen Antwort. Bekannt ist nun lediglich, dass x weder Ja noch Nein heißt, denn dazu ergibt sich ja jeweils ein Widerspruch. Es bleibt die Frage: Was bedeutet "Vielleicht" auf Mathematisch und was ist das Gegenteil von "Vielleicht"? Kann so eine Antwort weiter helfen?

Das Problem lässt sich am besagten Beispiel in der Tat lösen:

- **Richtig** wird nun für vollständige Deckungsgleichheit (Kongruenz) der Mengen vergeben, und zwar so, dass die Definitionsmenge immer eine Teilmenge der Abfragemenge sein muss.
- **Falsch** wird nun für fehlende Deckungsgleichheit (Kongruenz) der Mengen vergeben, und zwar so, dass die Schnittmenge aus Definitionsmenge und Abfragemenge leer sein muss.
- **Möglich** wird nun für eine teilweise Deckungsgleichheit (Teilkongruenz) vergeben.

Mit diesem Ansatz ergibt sich auf die eingangs gestellte Frage die eindeutige Antwort **Möglich**. Diese Antwort befriedigt auch einen Nicht-Mathematiker.

Nun ergibt sich aber weiter folgender "scharfsinnige Unsinn" (griechisch: Oxymoron):

Das Gegenteil von Möglich ist (ein anderes) Möglich. (Das Gegenteil einer Teilkongruenz ist eine andere Teilkongruenz. Dies leuchtet bei der teilweisen Überlagerung zweier Körper auch ein.) Es bleibt die Frage: Was ist dann überhaupt "Unmöglichkeit"? Kann sie mathematisch bewiesen werden? Sind Mathematiker zwangskrank? Es wird deutlich, dass die Mathematiker zu Recht von einer Grundlagenkrise ihres Fachgebietes reden.

Nun lautete der Titel der Arbeitsgruppe: "Psychiatrie-Erfahrene wissen mehr." Krisen, auch Grundlagenkrisen sind ihnen bestens vertraut. Medikamente helfen da nicht unbedingt weiter. Aber es hilft, eine Krise als Chance zur Korrektur des eigenen Standpunktes zu begreifen. Hier muss also die Boolesche Algebra um eine weitere Antwort Möglich erweitert werden, um logische Fallen der vorgestellten Art zu vermeiden und aus dem Gödelschen Problem der "Unentscheidbarkeit" heraus zu finden.

Dies bedeutet aber, dass das Denksystem der Mathematik unvollständig ist und immer wieder nach Bedarf erweitert werden muss. Eine selbstevidente Mathematik, wie sie speziell seit der Aufklärung in Deutschland üblich ist, hat damit ausgedient. Es besteht eine Notwendigkeit der Proberechnung und auch von gut gewählten Beispielen im Mathematik-Unterricht. Das Ergebnis, dass das Gegenteil von Möglich ebenfalls Möglich ist, bedeutet Hoffnung, nicht nur für Mathematiker. Die Schwarz-Weiß-Logik mancher Zeitgenossen ist immer wieder schwer zu ertragen, besonders, wenn daraus Forderungen am Arbeitsplatz und anderswo resultieren, die gegen eine naheliegende Hilfestellung sind. Diese Situation erleben auch Psychiater und Klinikpersonal im psychiatrischen Alltag. Auch ihnen gegenüber ist Barmherzigkeit angebracht, denn die Mathematik ist nicht jedem Mediziner geläufig.

Der erste allerdings, der mich darauf hinwies, dass die Schwarz-Weiß-Logik nicht zielführend ist, war der Psychiatrie-Student Markus Schwarze in Ulm /Donau, als ich gerade Doktorand in der Mathematischen Physik war und ganz andere Probleme zu knacken hatte. Auch Fachleute können bei der Begegnung mit anderen Fachleuten einen Kulturschock erleiden.

Die Japaner haben die Schwarz-Weiß-Logik längst durch eine "unscharfe" ("fuzzy") Logik ersetzt und können damit den Schnellzug Schinkansen stets sekundengenau und zentimetergenau am Bahnhof anhalten lassen. So weit ist die "exakte" deutsche Regelungstechnik noch nicht gekommen. Es ist eine Frage des Standpunktes, ob nicht die Schwarz-Weiß-Logik, die heute in sehr vielen Computer-Programmen etabliert ist, zutreffender als "unscharf" zu bezeichnen ist, besonders angesichts von rechtlichen Diskrepanzen, die sich aus von Computern erstellten Verwaltungsbescheiden ergeben.

Die selbstevidente Logik hatte in Deutschland ihren Höhepunkt in den "Denksystemen" des Johann Albrecht Bengel (Theologie) und des Immanuel Kant (Philosophie), die jeder für sich ein aus ihrer Sicht "unfehlbares Denksystem" vertraten und lebten. Kein Kritiker war ihnen gewachsen, denn sie ließen die Kritik der Andersdenkenden jeweils nicht zu. Aus Sicht des Wissenschaftstheoretikers Karl Popper zeichnet sich ein Wissenschaftler allerdings vor allem dadurch aus, dass er sich der Kritik der Andersdenkenden stellen kann. Dies erfordert klar beschriebene Bedingungen zur Widerlegung des jeweils eigenen Standpunktes. Die Wissenschaftler aller Zeiten und Kulturen haben sich immer dadurch ausgezeichnet, dass sie sich freiwillig der Kritik ihrer Zeitgenossen stellten, und je mehr sie dies taten, desto brauchbarer und verständlicher sind ihre Ergebnisse geworden. Eine wissenschaftliche Abhandlung, die nur einen Autor besitzt, wird zutreffender als "Entwurf" bezeichnet, erst wenn zwei oder mehr Autoren ein übereinstimmendes Ergebnis erarbeitet haben, hat die Arbeit auch Inhalt. Professor Baumann in Cairo benötigte ohne Psychiatrie-Erfahrung mehrere Jahre, um nun meinen Entwurf zur Lösung des Gödelschen Problems zu korrigieren.

So bleibt der Schluss, dass die wahren Spinner sich dadurch auszeichnen, dass sie sich selbst für irrtumsfrei halten. Da ist für die Psychiatrie-Erfahrenen mehr Hoffnung. Wenn etwas geschieht, was nach unserem Denksystem gar nicht passieren kann oder darf, so erschüttert dies unser Denken, aber es ist ein sehr wichtiger Weg, um uns von grundlegenden und eingefahrenen Irrtümern zu befreien. In der Wissenschaft heißt so etwas "Entdeckung".