Wieviele Töne hat die Tonleiter?

Norbert Südland*
Otto–Schott–Straße 16
D–73431 Aalen /Württemberg

1988–2013

Zusammenfassung

In der Musiktheorie werden immer wieder sehr viele Dinge als unabänderlich hingenommen, ohne dass man sich genauere Gedanken über deren inhaltliche Begründbarkeit gemacht hätte. Beispiele dieser Grundannahmen sind eine Tonleiter mit 7 Tönen oder der Quintenzirkel mit 12 Elementen. Dass diese Ansätze keinesfalls zwingend sind, lässt sich mit etwas Rechenaufwand und dem nötigen physikalischen Verständnis zeigen.

1 Begriffe

Aus den physikalischen Überlegungen zur Signalschärfe ergeben sich folgende Definitionen:

- *Ton*: Ein Ton ist ein Geräusch, dessen Schwingungszahl (*Frequenz*) feststellbar ist.
- *Harmonie*: Ausgehend von der Diskussion des harmonischen Oszillators werden ganzzahlige Schwingungszahlverhältnisse wegen ihrer Signalschärfe als Harmonie bezeichnet.
- *Konsonanz*:
  - Ist das Schwingungszahlverhältnis ganzzahlig, so verschmelzen die Töne zu einem einzigen Ton mit charakteristischer Klangfarbe. Diesen Effekt der *vollkommenen Konsonanz* macht man sich auch beim Bau von Orgelregistern zu Nutze.
  - Ist das Schwingungszahlverhältnis *in etwa* ganzzahlig, so ergibt sich eine Schwebung um das arithmetische Mittel der Frequenzen. Dadurch lassen sich noch verschiedene Töne heraus hören. Dieser Effekt ist für mehrstimmige Musik besonders interessant.
- *Dissonanz*: Die Schwebungsfrequenz ist so groß, dass sie das Erkennen der Grundfrequenz stört. Das Gehirn ist mit der Zuordnung der Frequenzen überlastet.

Die hier gegebenen Begriffe orientieren sich am subjektiven Eindruck und stehen außerdem in einem physikalischen Zusammenhang, auf dem die Funktionsweise elektronischer Stimmgeräte aufbaut.

Wichtig ist vor allem die Einsicht, dass harmonische Musik mit Konsonanzen zu tun hat, die je nach zu Grunde liegender Theorie verschieden ausgeführt sein können.

*E–Mail: Norbert.Suedland@t-online.de, Internet: http://www.Norbert-Suedland.info

2 Konsequenzen aus dem Weber–Fechnerschen Gesetz

Nach Weber und Fechner reagieren Nerven logarithmisch auf Reize, so dass eine Signalverdopplung stets als gleiche Steigerung empfunden wird. In der Musik wird eine Frequenzverdopplung ebenfalls stets als gleiches *Intervall* (Tonabstand) empfunden. Die Frequenzverdopplung (Schwingungszahlverhältnis 2:1) heißt in der europäischen Musiktradition *Oktave*. Eine gleichmäßige Unterteilung der Oktave muss sich wegen des Weber–Fechnerschen Gesetzes an gleichen Frequenzverhältnissen und nicht an gleichen Frequenzdifferenzen orientieren.

Die mathematische Ausdrucksweise wird durch den Logarithmus des zugehörigen Frequenzverhältnisses gegeben, wobei in der europäischen Musiktradition mittlerweile die Einheit *Cent* eingeführt wurde, um Intervallabstände objektiv zu bestimmen:

$$1\,\text{Cent} := 2^{\frac{1}{1200}} \tag{1}$$

100 Cent werden wie folgt berechnet:

$$100\,\text{Cent} = (1\,\text{Cent})^{100} = 2^{\frac{1}{12}} \tag{2}$$

Dies ist gerade ein europäischer Halbton in der gleichschwebenden Intonation. Eine Oktave hat somit 1200 Cent. Ein gegebenes Frequenzverhältnis $\frac{f_2}{f_1}$ wird wie folgt in Cent umgerechnet:

$$1200\,\frac{\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{\log(2)}\,\text{Cent} \tag{3}$$

Da alle Logarithmen zueinander proportional sind, kommt es in der Rechenregel (3) nur darauf an, dass jeweils derselbe Logarithmus im Zähler wie im Nenner verwendet wird.

Im allgemeinen sagt ein „glatter" Centwert gar nichts über die Konsonanz eines Intervalls aus. Diese Einheit wird hier trotzdem verwendet, da sie verbreitet ist.

3 Harmonische Klänge

Bei der Suche nach *Konsonanz* spielen die ganzzahligen Schwingungszahlverhältnisse die wesentliche Rolle. So ergibt sich für die Intervalle, aus denen ein harmonischer Zweiklang aufgebaut ist:

$$\frac{4}{3}\frac{3}{2} = \frac{2}{1} = \frac{3}{2}\frac{4}{3} \tag{4}$$

Für einen Dreiklang ergibt sich:

$$\frac{6}{5}\frac{5}{4}\frac{4}{3} = \frac{2}{1} = \frac{4}{3}\frac{5}{4}\frac{6}{5} \tag{5}$$

Für einen Vierklang ergibt sich:

$$\frac{8}{7}\frac{7}{6}\frac{6}{5}\frac{5}{4} = \frac{2}{1} = \frac{5}{4}\frac{6}{5}\frac{7}{6}\frac{8}{7} \tag{6}$$

Für einen Fünfklang folgt analog:

$$\frac{10}{9}\frac{9}{8}\frac{8}{7}\frac{7}{6}\frac{6}{5} = \frac{2}{1} = \frac{6}{5}\frac{7}{6}\frac{8}{7}\frac{9}{8}\frac{10}{9} \tag{7}$$

Die Vertauschungsmöglichkeiten sind für die Vier- und Fünfklänge weitaus größer als hier angegeben. Eine Unterscheidung in Dur und moll ergibt sich jedenfalls durch Spiegelsymmetrie auch schon beim Dreiklang.

4 Tonsystem für Kinder

Soll alles, was ein Kind auf einem Musikinstrument anrichtet, harmonisch klingen, so ist dieses in einem reinen Fünfklang[1] zu stimmen, und dann kann nur harmonische Musik resultieren, wenn gespielt wird. Ein bekanntes Musikstück der Fünftonmusik ist der ,,Flohwalzer", der auf einem Klavier nur auf den schwarzen Tasten gespielt wird.

Wird das Musikinstrument durch einen Computer gestimmt, so kann bei Bedarf von ,,Erwachsenenstimmung" auf ,,Kinderstimmung" umgeschaltet werden, was immer noch genug Variationsmöglichkeiten ergibt: Fünftoninstrumente können auf unterschiedliche Weise[2] harmonisch rein gestimmt werden.

5 Gleichschwebende Tonleiterintervalle

Um nicht für jede Tonart einen eigenen Klangcharakter zu bekommen, erscheint es sinnvoll, die Abstände zwischen je zwei benachbarten Tönen konstant zu wählen. Dadurch kann z.B. ein Lied etwas höher oder tiefer angestimmt werden, ohne dass die Instrumente umgestimmt[3] werden müssen.

Die Bezeichnung *gleichschwebende Stimmung* rührt daher, dass zum Stimmen Quinten und Quarten als die reinsten Intervalle verwendet werden, um alle Töne daraus zu erzeugen. Da keine reinen Intervalle[4] verwendet werden, besitzen die Quinten und Quarten jeweils eine kleine Schwebung[5]. Geiger stimmen ihr Instrument meist in reinen Quinten, was bei der Komposition beachtet werden sollte.

Die mathematische Beschreibung der gleichschwebenden Stimmung lautet:

$$\text{Kammerton} \times 2^{\frac{n}{t}} \quad t \in \{2, 3, \ldots, \} \quad n \in \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\} \tag{8}$$

Die eigentliche Frage, wieviele Töne t die Tonleiter hat, ist dadurch aber überhaupt nicht geklärt. Diese Frage lässt sich nach einer längeren Rechnung beantworten, indem ein Kompromiss aus konsonanten Intervallen bei gleichschwebender Stimmung gesucht wird.

Es sei darauf hingewiesen, dass J. S. Bach zu seinem *,,Wohltemperierten Clavier"* auch eine zugehörige *Wohltemperierte Stimmung*[6] angab, die von der gleichschwebenden Stimmung leicht abweicht. Dies belegt, dass er mit der Vorläufigkeit seiner Tonsysteme umzugehen verstand.

Um bei den entstehenden Intervallen die Güte des Klangs beurteilen zu können, wird der Abstand in Cent zu einem benachbarten Konsonanzintervall berechnet:

$$\Delta := 1200 \left(\frac{n}{t} - \frac{\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{\log(2)} \right) \text{Cent}\,. \tag{9}$$

Die Auswertung der Rechnung führt auf bevorzugte Teilungen t der Oktave, wenn die Grundintervalle möglichst gut getroffen werden.

[1] Durch Vertauschung der Intervalle sind $5 \times 4! = 5! = 120$ verschiedene Möglichkeiten dafür vorhanden!

[2] nämlich in 24 verschiedenen Tongeschlechtern, die jeweils 5 Umkehrungen besitzen!

[3] Dazu müssen die Spieler allerdings umdenken, nämlich ,,transponieren", können.

[4] außer der Oktave

[5] [1989Bil], Seite 14: In Europa etwa 1 Schwebung pro Sekunde beim Intervall $\mathrm{d}^1 - \mathrm{a}^1$

[6] vgl. [1989Bil], Seite 30f

6 Das Programm

Bei der Untersuchung werden zu einer gleichschwebenden Teilung der Oktave alle entstehenden Intervalle einem ganzzahligen Frequenzverhältnis zugeordnet, wenn die Abweichung (9) den Anteil $\pm 25\,\%$ des Grundintervalls nicht übersteigt. Der genaue *Algorithmus* dazu, also der Rechenweg, wird durch das folgende *Flussdiagramm* angegeben:

- Anmelden: Ganzzahlen z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5
- Anmelden: Fließkommazahlen Basis, Ton, Bruch, Schranke, Abweichung, LetzteAbweichung
- Anmelden: Datei Ausgabedatei
- Programmabbruch durch Tastatur zulassen
- Startwerte: $z_0 \leftarrow 1$, Basis $\leftarrow 2$
- Ausgabedatei = DateiÖffnen[,,Tonleiter.txt” , Überschreiben]
- Dateiausgabe[Ausgabedatei, ,,Ergebnisse des Programms ,,Tonleiter.exe””, NeueZeile, ,,Basis der Tonleitern: ‘1‘, Startwert der Tonteilung: ‘2‘”, Basis, z_0, NeueZeile]
- Bildschirmausgabe[NeueZeile]
- Zählschleife von $z_1 \leftarrow z_0$ solange $z_1 < z_0 + 100$ mit Schrittweite +1
  - Schranke $\leftarrow \frac{300}{z_1} \frac{\log[\text{Basis}]}{\log[2]}$ (25 % des Grundintervalls in Cent)
  - Bildschirmausgabe[Zeilenanfang, ,,Aktuelle Teilung: ‘1‘”, z_1]
  - Dateiausgabe[Ausgabedatei, ,,‘1‘-Teilung des Intervalls ‘2‘:1,”, ,, Grundintervall = ‘3‘ Cent = 100 % :”, z_1, Basis, 4 * Schranke, NeueZeile]
  - Zählschleife von $z_2 \leftarrow 0$ solange $z_2 \leq z_1$ mit Schrittweite +1
    - Ton $\leftarrow$ Basis$^{\frac{z_2}{z_1}}$, LetzteAbweichung $\leftarrow \frac{\log(\text{Basis})}{\log(2)}\,1200$ (in Cent)
    - Zählschleife von $z_3 \leftarrow 1$ solange $z_3 \leq$ Abrunden$\left[\frac{600}{\text{Schranke}}\right]$ mit Schrittweite +1
      - $z_4 \leftarrow$ Abrunden[z_3 Ton] (in etwa passender Zähler)
      - Zählschleife von $z_5 \leftarrow 0$ solange $z_5 < 2$ mit Schrittweite +1
        - Bruch $\leftarrow \frac{z_4 + z_5}{z_3}$, Abweichung $\leftarrow \frac{\log\left(\frac{\text{Ton}}{\text{Bruch}}\right)}{\log(2)}\,1200$ (in Cent)
        - |LetzteAbweichung| $>$ |Abweichung| ?
          - J:
            - LetzteAbweichung $\leftarrow$ Abweichung
            - |Schranke| $\geq$ |Abweichung| ?
              - J: Dateiausgabe[Ausgabedatei, ,,‘1‘^(‘2‘/‘3‘) = ‘4‘ ≈ ‘5‘/‘6‘,”, ,, Abweichung = ‘7‘ Cent = ‘8‘ %” , Basis, z_2, z_1, Ton, $z_4 + z_5$, z_3, Abweichung, 25 Abweichung / Schranke, NeueZeile]
              - N
          - N
    - Dateiausgabe[Ausgabedatei, NeueZeile]
  - Dateiausgabe[Ausgabedatei, NeueZeile]
- DateiSchließen[Ausgabedatei]

7 Ergebnisse

Es resultieren brauchbare Ergebnisse für die Nenner $t \in \{5, 7, 12, 22, 41, \ldots\}$ aus Gleichung (8). Bis auf die letztgenannte Möglichkeit sind alle Teilungen historisch verwirklicht – ohne deshalb auch gleichschwebend sein zu müssen. Eine Zuordnung wird als brauchbar eingestuft, wenn ein Intervall und sein *Ergänzungsklang* zur Oktave jeweils in der berechneten Liste auftauchen. Im Folgenden werden jeweils die ersten solchen Paare aufgelistet, deren Abweichung höchstens 25 % des Grundintervalls beträgt.

7.1 Die gleichschwebende 5–Teilung

Die Intervalldifferenzen Δ sind so groß, dass die harmonischen Varianten (7) konkurrieren:

n	$2^{n/5}$	$f_2{:}f_1$	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{240{,}00\,\text{Cent}}$
0	1.0000	1:1	0.0000	0.00 %
1	1.1487	8:7	8.8259	3.68 %
2	1.3195	4:3	-18.0450	-7.52 %
3	1.5157	3:2	18.0450	7.52 %
4	1.7411	7:4	-8.8259	-3.68 %
5	2.0000	2:1	0.0000	0.00 %

Rein gestimmt ergeben sich folgende symmetrische Intervallfolgen für einen Fünfklang, die weder Dur noch moll sind:

$$\frac{8}{7}\frac{7}{6}\frac{9}{8}\frac{7}{6}\frac{8}{7} = \frac{2}{1} = \frac{7}{6}\frac{8}{7}\frac{9}{8}\frac{8}{7}\frac{7}{6} \tag{10}$$

7.2 Die gleichschwebende 7–Teilung

Die Intervalldifferenzen Δ sind so groß, dass historisch eine diatonische Tonleiter mit asymmetrischer Teilung resultierte:

n	$2^{n/7}$	$f_2{:}f_1$	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{171{,}43\,\text{Cent}}$
0	1.0000	1:1	0.0000	0.00 %
1	1.1041	10:9	-10.9751	-6.40 %
2	1.2190	6:5	27.2159	15.88 %
3	1.3459	4:3	16.2407	9.47 %
4	1.4860	3:2	-16.2407	-9.47 %
5	1.6407	5:3	-27.2159	-15.88 %
6	1.8114	9:5	10.9751	6.40 %
7	2.0000	2:1	0.0000	0.00 %

Ein rein gestimmter symmetrischer 7–Klang sieht etwa so aus und belegt, dass auch zu den diatonischen[7] Tonleitern Alternativen möglich sind:

$$\frac{11}{10}\frac{12}{11}\frac{10}{9}\frac{9}{8}\frac{10}{9}\frac{12}{11}\frac{11}{10} = \frac{2}{1} = \frac{12}{11}\frac{11}{10}\frac{10}{9}\frac{9}{8}\frac{10}{9}\frac{11}{10}\frac{12}{11} \tag{11}$$

[7]Bestehend aus 5 Ganzton– und 2 Halbtonschritten der 12–geteilten Oktave

7.3 Die gleichschwebende 12–Teilung

Bei dieser Teilung wurde die gleichschwebende Intonation erstmals historisch umgesetzt:

n	$2^{n/12}$	f_2:f_1	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{100{,}00\,\text{Cent}}$
0	1.0000	1:1	0.0000	0.00 %
1	1.0595	16:15	-11.7313	-11.73 %
2	1.1225	9:8	-3.9100	-3.91 %
3	1.1892	6:5	-15.6413	-15.64 %
4	1.2599	5:4	13.6863	13.69 %
5	1.3348	4:3	1.9550	1.96 %
6	1.4142	7:5	17.4878	17.49 %
7	1.4983	3:2	-1.9550	-1.96 %
8	1.5874	8:5	-13.6863	-13.69 %
9	1.6818	5:3	15.6413	15.64 %
10	1.7818	16:9	3.9100	3.91 %
11	1.8877	15:8	11.7313	11.73 %
12	2.0000	2:1	0.0000	0.00 %

7.4 Die gleichschwebende 22–Teilung

Diese Teilung ist historisch nicht gleichschwebend aus dem Orient und Indien bekannt:

n	$2^{n/22}$	f_2:f_1	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{54{,}55\,\text{Cent}}$	n	$2^{n/22}$	f_2:f_1	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{54{,}55\,\text{Cent}}$
0	1.0000	1:1	0.0000	0.00 %	22	2.0000	2:1	0.0000	0.00 %
1	1.0320	26:25	-13.3548	-24.48 %	21	1.9380	25:13	13.3548	24.48 %
2	1.0650	16:15	-2.6404	-4.84 %	20	1.8779	15:8	2.6404	4.84 %
3	1.0991	11:10	-1.3679	-2.51 %	19	1.8196	20:11	1.3679	2.51 %
4	1.1343	8:7	-12.9923	-23.82 %	18	1.7632	7:4	12.9923	23.82 %
5	1.1706	7:6	5.8564	10.74 %	17	1.7085	12:7	-5.8564	-10.74 %
6	1.2081	6:5	11.6314	21.32 %	16	1.6555	5:3	-11.6314	-21.32 %
7	1.2468	5:4	-4.4955	-8.24 %	15	1.6042	8:5	4.4955	8.24 %
8	1.2867	9:7	1.2795	2.35 %	14	1.5544	14:9	-1.2795	-2.35 %
9	1.3278	4:3	-7.1359	-13.08 %	13	1.5062	3:2	7.1359	13.08 %
10	1.3704	11:8	-5.8634	-10.75 %	12	1.4595	16:11	5.8634	10.75 %
11	1.4142	17:12	-3.0004	-5.50 %	11	1.4142	24:17	3.0004	5.50 %

Diese Teilung besitzt bei gleichschwebender Stimmung verhältnismäßig schlecht gestimmte Quinten und Quarten, aber besonders für die Melodieführung viele Konsonanzen. Außerdem beträgt der Unterschied zwischen einer Durterz und einer Mollterz etwas mehr als einen *Viertelton*:

$$\frac{\log\left(\frac{5}{4}\frac{5}{6}\right)}{\log(2)}\,1200\,\text{Cent} = 70.67\,\text{Cent}. \tag{12}$$

Die Regel der 12–Teilung besagt, dass die Durterzen etwas tiefer und die Mollterzen etwas höher genommen werden müssen, um rein zu sein. Die Regel der 22–Teilung besagt, dass die Durterzen etwas höher und die Mollterzen etwas tiefer genommen werden müssen, um rein zu sein.

7.5 Die gleichschwebende 41–Teilung

Diese Teilung ist gleichschwebend *und* lässt harmonische Vierklänge (6), aber keine Fünfklänge (10) zu. Sie ist bislang nur selten historisch belegbar:

n	$2^{n/41}$	$f_2{:}f_1$	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{29{,}27\,\text{Cent}}$	n	$2^{n/41}$	$f_2{:}f_1$	$\frac{\Delta}{[\text{Cent}]}$	$\frac{\Delta}{29{,}27\,\text{Cent}}$
0	1.0000	1:1	0.0000	0.00 %	41	2.0000	2:1	0.0000	0.00 %
1	1.0170	48:47	-7.1801	-24.53 %	40	1.9665	47:24	7.1801	24.53 %
2	1.0344	28:27	-4.4243	-15.12 %	39	1.9335	27:14	4.4243	15.12 %
3	1.0520	20:19	-0.9958	-3.40 %	38	1.9011	19:10	0.9958	3.40 %
4	1.0700	15:14	-2.3696	-8.10 %	37	1.8692	28:15	2.3696	8.10 %
5	1.0882	12:11	-4.2956	-14.68 %	36	1.8379	11:6	4.2956	14.68 %
6	1.1068	10:9	-6.7940	-23.21 %	35	1.8071	9:5	6.7940	23.21 %
7	1.1256	9:8	0.9680	3.31 %	34	1.7768	16:9	-0.9680	-3.31 %
8	1.1448	8:7	2.9722	10.16 %	33	1.7470	7:4	-2.9722	-10.16 %
9	1.1643	7:6	-3.4563	-11.81 %	32	1.7177	12:7	3.4563	11.81 %
10	1.1842	13:11	3.4732	11.87 %	31	1.6889	22:13	-3.4732	-11.87 %
11	1.2044	6:5	6.3099	21.56 %	30	1.6606	5:3	-6.3099	-21.56 %
12	1.2249	11:9	3.8116	13.02 %	29	1.6328	18:11	-3.8116	-13.02 %
13	1.2458	5:4	-5.8259	-19.91 %	28	1.6054	8:5	5.8259	19.91 %
14	1.2670	19:15	0.5118	1.75 %	27	1.5785	30:19	-0.5118	-1.75 %
15	1.2886	9:7	3.9403	13.46 %	26	1.5520	14:9	-3.9403	-13.46 %
16	1.3106	17:13	3.8649	13.21 %	25	1.5260	26:17	-3.8649	-13.21 %
17	1.3330	4:3	-0.4840	-1.65 %	24	1.5004	3:2	0.4840	1.65 %
18	1.3557	19:14	-1.8578	-6.35 %	23	1.4753	28:19	1.8578	6.35 %
19	1.3788	11:8	4.7796	16.33 %	22	1.4505	16:11	-4.7796	-16.33 %
20	1.4023	7:5	2.8537	9.75 %	21	1.4262	10:7	-2.8537	-9.75 %

Diese Teilung besitzt neben fantastischen Konsonanzen auch Dissonanzen und lässt eine entsprechend reiche Musik erwarten. Sogar zwei verschiedene *Tritoni*[8] sind dabei, ebenso gibt es das Verhältnis 9:8 jetzt neben 8:7 für die *große Sekunde*, ferner 10:9 für den *kleinen Ganzton*[9].

Der Unterschied zwischen 9:8[10] und 8:7[11] ist in etwa ein *Siebtelton* der 41–Teilung:

$$\frac{\log\left(\frac{8}{7}\,\frac{8}{9}\right)}{\log(2)}\,1200\,\text{Cent} \;=\; 27.26\,\text{Cent}. \tag{13}$$

Die Töne der 41–Teilung sind so weit voneinander entfernt, dass sich der Unterschied von 29.2683 Cent zweier benachbarter Melodietöne noch gut heraus hören lässt. Bei einer 200–Teilung mit 6 Cent Intervallbreite ist dies für Menschen kaum noch möglich.

Die Naturtonreihe des *Alphorns* wird mit dieser Stimmung bis zum 12. *Naturton* abgebildet, welche mindestens in der Appenzeller Alphornmusik *historisch belegt* ist. Ein harmonisches Zusammenspiel von Orgel und Trompete wurde zur Zeit des Barock durch *Tonverzicht* erreicht.

[8] Einzahl: *Tritonus*; steht hier für drei *Ganztöne* der 7–Teilung.
[9] [1989Bil], Seite 15: Die Summe aus 10:9 und 9:8 ergibt die Durterz 5:4
[10] Bestandteil der europäischen 12–Teilung
[11] Bestandteil der orientalischen 22–Teilung

8 Was ist neu an der Untersuchung?

Die folgende Zusammenstellung ist nur ein Versuch, das besonders Ungewöhnliche an dieser Studie aufzulisten:

- Die Behauptung, Kunst sei etwas, das sich nicht objektiv beurteilen ließe, ist im Bereich Musik unzutreffend.
- Die Behauptung, in der Musik sei alles, was an harmonischer Musik möglich ist, schon komponiert worden, zeugt nicht von Sachkenntnis.
- Das *pythagoräische Komma*[12] wird von der 12- und der 41–Teilung der Oktave bestmöglich erfüllt. Die Glorifizierung der Zahl 12 in der Musik ist dadurch relativiert.
- Die Bedeutung von orientalischer und indischer Musik (22–Teilung der Oktave) lässt sich gerade für vielstimmige Musik zeigen. Gleichzeitig ist damit die Vorherrschaft der europäischen Musik zu Ende.
- Die 22–Teilung und erst recht die 41–Teilung der Oktave enthalten die Vorzüge der *mitteltönigen* Stimmung, umgehen aber das Problem der *Wolfsquinte*[13].
- Mit vorhandenen Kompositionen lässt sich ausprobieren, inwieweit diese in die 41–Teilung der Oktave überführbar sind.
- Es ist bemerkenswert, dass ausgerechnet J. S. Bach ein großer Liebhaber[14] der Zahl 41 war. Seine Kompositionen, die stets auf die Vorläufigkeit der Intonation ausgelegt waren, dürften die Überführung in die 41–geteilte Oktave als klangliche Optimierung erfahren.
- Es besteht die Hoffnung, dass alle Tonsysteme der Erde mit der 41–Teilung zusammengefasst werden können, so dass eine harmonische Zusammenführung von europäischer und orientalischer Musik eventuell noch gelingt.
- Gelungene Musiktheorie ist ein Kompromiss zwischen gutem Klang und Machbarkeit.

Diese theoretischen Betrachtungen müssen nun durch die Praxis bestätigt werden.

Der Verfasser dankt den Herren Hermann Langbein, Gunther Martin Göttsche, Wolf–Dieter Trüstedt, Martin Steinmetz und Ferdi Ammann für wertvolle Hinweise.

Literatur

[1989Bil] (Bernhard) Billeter: *Anweisung zum Stimmen von Tasteninstrumenten*, Merseburger, 3., verbesserte Auflage, (1989)

[1950Sme] (Friedrich) Smend: *Johann Sebastian Bach bei seinem Namen gerufen*, Bärenreiter, (1950)

[12] [1989Bil], Seite 11

[13] [1989Bil], Seite 22 und 40: Das Intervall as – es heult in der mitteltönigen Stimmung grausig — wie ein Wolf.

[14] [1950Sme], Seite 29