

1. Lebenszeit.nb

1. Vorlesung über Technische Statistik

Bearbeitung: 10. 2.2002 - 14. 2.2003 Norbert Südland, Aalen

Letzte Berechnung: 14. 2.2002 Norbert Südland, Aalen

■ 1.1. Einstieg

■ 1.1.1. Das Gebet Moses

Im 90. Psalm der Bibel betet Mose:

12. Lehre uns bedenken, daß wir sterben müssen, auf daß wir klug werden.

■ 1.1.2. Der Tod von Professor Schwenter (1585-1636)

Im Jahre 1636 erschien zu Nürnberg die vierte Auflage seines Lehrwerks *Mathematische und Philosophische Erquickstunden*, wo Kombinatorik, Datenverschlüsselung und technische Erfindungen beschrieben werden, wie auch die *Füllfeder*, die aus einer Gänsefeder geschnitzt wird, und später durch den *Füllfederhalter* beziehungsweise den *Füller* mit Tintenpatrone ersetzt wurde.

Über sein Wirken an der Universität zu Nürnberg-Altendorf berichtet ein Gedenkband ([Reck1998], Seite 109-110 in Auszügen):

"Daniel Schwenters Hauptwerk beginnt im Titel mit dem lateinischen Wort "*deliciae*", zu deutsch Freude, Vergnügung, Liebhaberei etc., und die Freude an seiner mathematischen Wissenschaft und die Freude am Leben charakterisieren diesen Mann und ziehen sich wie ein roter Faden durch seine Biographie. Will bemerkt dazu: "... *durch seinen besonders aufgeweckten, scherzhafften und lustigen Kopf ist Schwenter überall berühmt worden und angenehm gewesen.*" Merkwürdig düster und jäh wie ein Unwetter zieht dann das Ende dieses geglückten Lebens herauf – doch davon später! ..."

"Mit 23 Jahren, im Februar 1608, wird Daniel Schwenter an der Altdorfer Akademie Professor der Heiligen Sprache, d. h. des Hebräischen. ... 1625 erhält er die Professur für alle orientalischen Sprachen und erst 1628 den Lehrstuhl für Mathematik, obwohl er schon lange ..."

"... Auch Ehrungen blieben nicht aus: Er erhielt einen Ruf nach Wittenberg und nach Würzburg, lehnte aber beide ab, er war viermal Dekan der philosophischen Fakultät und einmal Rektor. Bestürzend ist Schwenters früher Tod:"

"Im Jahre 1636, den 19. Januar brachte seine Eheliebste 2 Kinder, eines lebendig, das andere tod zur Welt und starb selbigen Tages an der Geburt. Er selbst war schon krank, betrubte sich über den Tod seines Weibes und folgte ihr in einer Stunde nach, und wurde also den 25. Jan. mit Weib und Kind selb dritt begraben." (Will)

■ 1.1.3. Die Mathematische Mitte des Lebens

■ 1.1.3.1. Bemerkungen

Die Mathematik eignet sich nicht nur für philosophische Erquickstunden, sondern auch zur Beurteilung des relativen Zeitempfindens des Menschen.

Die nun vorgestellte Sichtweise ist umstritten, da die weltanschaulichen Konsequenzen bisweilen unangenehm sind.

■ 1.1.3.2. Weber-Fechnersches Gesetz

Die Arbeiten von Weber und Fechner (Gründer der Psychophysik beziehungsweise Neurophysiologie, 1801-1887) ergeben eine logarithmische Skalierung bei der Nervenempfindung. Daraus folgt für die Helligkeits- oder Lautstärke-Empfindung des Menschen der subjektive Eindruck, daß eine Verdopplung und anschließende Vervierfachung eines Signals äquivalente Verstärkungen seien. Die technische Einheit für die Lautstärke ist daher das **Phon**, (DIN 45 630) das eine gemittelte Gewichtung der Empfindungen von Testpersonen darstellt, wobei meßtechnisch **Dezibel [dB]** wie folgt ermittelt werden:

$$z = 10 \operatorname{Lg}\left[\frac{I_2}{I_1}\right] = 10 \operatorname{Lg}\left[\frac{p_2^2}{p_1^2}\right] = 20 \operatorname{Lg}\left[\frac{p_2}{p_1}\right] \quad (1.1)$$

Hierbei ist: I_1 Referenz-Intensität, bei der Einheit **[dB (A)]** nach DIN 45 633 mit genormter Bezugskurve als sinnvoller Kompromiß für Geräteanzeige
 I_2 Intensität unbekannter Maßzahl
 p_1, p_2 zugehörige Schalldrücke
Lg[] Logarithmus zur Basis **10**

Als weiterführende Literatur zum Thema dienen Anleitungen zum Physik-Praktikum für Medizinstudenten (etwa [MS1998], Versuch 9: Hörschall und Ultraschall).

Ein Analogon hierzu ist bei der Messung von Helligkeiten umgesetzt. Historisch hat sich der Begriff *Hellempfindlichkeit* etabliert ([BeS1993], **Band 3** (Optik), Seite 147 und 732).

Ein anderes Beispiel ist die Tonhöhe, die in der Musik mit Bruchteilen der Frequenzverdopplung (Oktave) angegeben wird, während die Resonanzfrequenz technischer Schwingkreise in **Hertz [Hz]** angegeben wird:

$$1 \text{ Cent} = \frac{\text{Halbton}}{100} = \frac{\text{Oktave}}{1200} = 2^{\frac{\operatorname{Lg}\left[\frac{f_2}{f_1}\right]}{1200}} = 2^{\frac{\operatorname{Lg}\left[1200\sqrt{\frac{2f_1}{f_1}}\right]}{\operatorname{Lg}[2]}} = \sqrt[1200]{2} \quad (1.2)$$

Die Basis **2** des Logarithmus muß bei dieser Rechnung auch wieder als Basis der Potenz auftauchen. Hier ist also **1200 Cent** das Maß der Oktave (Frequenzverdopplung). **Cent** ist wie **dB** ein *relatives Maß*. Eine absolute Tonhöhe benötigt zusätzlich die Festlegung eines *Kammertons*; zu Beginn des 21. Jahrhunderts wurde der Ton **a'** mit **440 Hz** angegeben, in früheren Zeiten waren es auch schon **415 Hz**.

Bei Stimmgeräten für Musikinstrumente sind beide Skalen vorhanden, damit alternativ auch die Resonanzfrequenz einer Maschine ermittelt werden kann. Außerdem kann der Kammerton variiert werden, was besonders ältere Gitarren durch weicheren Klang bei tieferer Kammertonhöhe danken.

■ 1.1.3.3. Allgemeiner Ansatz zur mathematischen Beschreibung menschlicher Empfindung

Wird das Weber-Fechnersche Gesetz auf alle subjektiv menschlichen Empfindungen von Nervenreizen angewandt, so ergibt sich folgende *Metrik der relativen Empfindung*:

$$\text{Maß} = a^{\text{Intervallfaktor} \frac{\text{Log}\left|\frac{I_2}{I_1}\right|}{\text{Log}a}}$$

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{\text{Intervallfaktor}}$$

Die jeweilige Empfindungsschwelle I_1 bestimmt die kleinste Einheit der physiologischen (nicht: "physikalischen") Erlebniswelt. Die Bezugszahl a ist oft die **2**, da Verdopplung oder Halbierung gut vorstellbar ist.

Bei einem logarithmischen Maßstab der Zeit ist die Halbierung der Meßgröße nicht ohne Relativ-Bezug möglich, da die Null, also der Startzeitpunkt der Messung, nach $-\infty$ (Minus Unendlich) transformiert wird.

Auf der anderen Seite ist aber bei allen menschlichen Empfindungen (und auch technischen Meßgeräten) eine *unterste Wahrnehmbarkeitsschwelle* vorhanden, die dazu führt, daß für die tatsächliche Betrachtung das Verhältnis von Meßwert zu Wahrnehmbarkeitsschwelle verwendet wird. Auf diese Weise ist der logarithmische Maßstab kalibriert: Er beginnt beim Logarithmus des Verhältnisses Eins:

$$\text{Start} = \text{Log}[1]$$

0

Logarithmische Maßstäbe und die Diskussion von Maßzahl-Verhältnissen hängen miteinander zusammen. Die Einheitenkontrolle erfolgt so, daß das Argument der Logarithmus-Funktion stets *dimensionslos* (ohne Einheit) ist.

■ 1.1.3.4. Relative Empfindung der Lebensdauer

Die kleinste Empfindungszeit eines Menschen ist eventuell über die *auditive Ordnungsschwelle* angegeben, da das Gehör ohnehin eine Frequenz- und Zeit-Analyse von Schallschwingungen vornimmt.

Die auditive Ordnungsschwelle wird ermittelt, indem zeitlich versetzte Impulse über Lautsprecher auf das Ohr gegeben werden, wobei die untersuchte Person beurteilen muß, ob ein oder zwei Ereignisse stattfanden.

Die auditive Ordnungsschwelle liegt im Bereich einer Siebtel- oder Achtelsekunde ([Dick2002], Abschnitt 4.3.2, Seite 58), der Kehrwert also bei **7 Hz** oder **8 Hz**, wobei ab etwa **16 Hz** ein tiefer Ton gehört werden kann. Geübte Facharbeiter kennen die Töne und Geräusche ihrer Maschine und können dadurch hören, ob alles in Ordnung ist.

Eine alternative Empfindungszeit ist der *Augenblick*, der etwa durch die Bildwiederholffrequenz bewegter Bilder festgestellt werden kann. Die Bildwiederholffrequenz gibt an, wieviele Bilder maximal in einer Sekunde wahrgenommen werden können. Sie liegt etwa bei **15 Hz**, wobei auch schon ältere Filme mit **25 Hz** und darüber die Bilder bewegten.

Aufgrund dieser Vorüberlegungen sind etwa sieben Erlebnisse pro Sekunde bei einem Menschen möglich. Die kürzeste Erlebniszeit beträgt demnach etwa eine Siebtelsekunde.

Als längstmögliche Erlebniszeit eines Menschen ist seine gesamte Lebenszeit anzusetzen. Dies sind nach Mose **70 bis 80 Jahre**:

*10. Unser Leben währet siebenzig Jahre;
und wenn es hoch kommt, so sind es achtzig Jahre;
und wenn es köstlich gewesen ist, so ist es Mühe und Arbeit gewesen;
denn es fährt schnell dahin, als flögen wir davon.
(Psalm 90,10)*

Die Benennung von Hochs und Tiefs mit Personennamen durch Meteorologen unterstreicht diesen flüchtigen Charakter unseres Lebens, das freilich auch Nutzen und Schaden anrichten kann.

■ 1.1.3.5. Rechenregeln bei logarithmischer Skalierung

Um ein Gefühl für die relative Lebensmitte zu gewinnen, wird ein zur subjektiven Empfindung passender Durchschnitt berechnet.

Mit der folgenden Formel kann die relative Lebensmitte ausgerechnet werden, also die Zeit, die – dem menschlichen Empfinden nach – den Mittelwert zwischen dem kürzest- und längst-möglichen Erlebnis darstellt:

$$\text{RelativLeben}[\text{Gesamalter}_-, \text{Ordnungsschwelle}_-, \text{RelativFaktor}_-] =$$

$$2^{\text{RelativFaktor} \cdot \frac{\log\left(\frac{\text{Gesamalter}}{\text{Ordnungsschwelle}}\right)}{\log[2]}} \cdot \text{Ordnungsschwelle} // \text{PowerExpand}$$

$$\text{Gesamalter}^{\text{RelativFaktor}} \cdot \text{Ordnungsschwelle}^{1-\text{RelativFaktor}}$$

Die Probe hierzu ergibt:

$$\text{RelativLeben}[\text{Gesamalter}, \text{Ordnungsschwelle}, 1]$$

Gesamalter

$$\text{RelativLeben}[\text{Gesamalter}, \text{Ordnungsschwelle}, 0]$$

Ordnungsschwelle

Die Formel für die Lebensmitte ist das *geometrische Mittel* aus Gesamalter und auditiver Ordnungsschwelle:

$$\text{Lebensmitte}[\text{Gesamalter}_-, \text{Ordnungsschwelle}_-] = \text{RelativLeben}\left[\text{Gesamalter}, \text{Ordnungsschwelle}, \frac{1}{2}\right]$$

$$\sqrt{\text{Gesamalter}} \cdot \sqrt{\text{Ordnungsschwelle}}$$

Dies ergibt mit konkreten Zahlen folgende Ergebnisse:

$$\text{EinheitenSI} = \left\{ "a" \rightarrow \left(365 + \frac{1}{4} \right) "d", "d" \rightarrow 24 "h", "h" \rightarrow 60 "min", "min" \rightarrow 60 "s", "ms" \rightarrow \frac{"s"}{1000} \right\}$$

$$\left\{ a \rightarrow \frac{1461 \text{ d}}{4}, d \rightarrow 24 \text{ h}, h \rightarrow 60 \text{ min}, \text{min} \rightarrow 60 \text{ s}, \text{ms} \rightarrow \frac{\text{s}}{1000} \right\}$$

```

ergebnis = Lebensmittel[#, 147 "ms"] & /@ {1 "a", 12 "a", 70 "a", 100 "a", 950 "a"} // . EinheitenSI // N
{2153.83 s, 7461.07 s, 18020.2 s, 21538.3 s, 66385.4 s}

```

Dies ist eine erschreckend kurze Zeit!

Diese läßt sich wie folgt in Stunden umrechnen:

```

ergebnis /. "s" ->  $\frac{\text{"h"}}{3600}$ 
{0.598285 h, 2.07252 h, 5.00561 h, 5.98285 h, 18.4404 h}

```

Dies bedeutet, daß dem Menschen der Unterschied zwischen einem Augenblick von einer Siebtelsekunde und fünf Stunden Dauer so groß vorkommt wie diese fünf Stunden und ein Lebensalter von siebenzig Jahren!

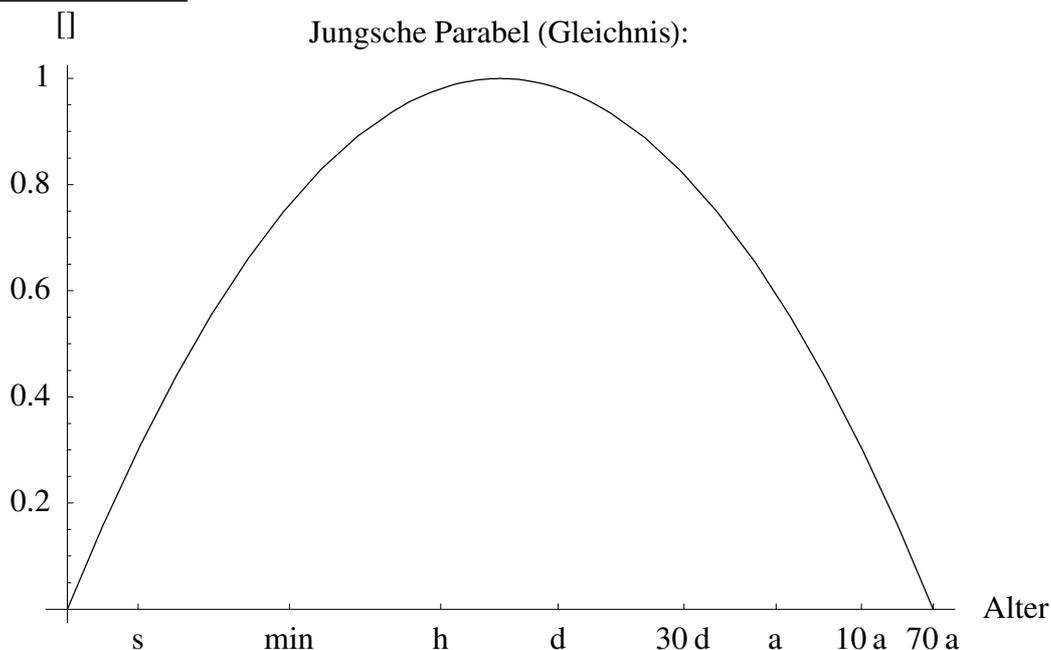
Fünf bis sechs Stunden nach der Zeugung ist also die relative Hälfte des Lebens schon um! Das fällt schwer zu fassen, unterstreicht somit sogar nach C. G. Jung die Bedeutung des altkirchlichen Liedes von Martin Luther (1483-1546) mit dem Titel *"Mitten wir im Leben sind von dem Tod umfangen"*, das er 1524 verfaßte:

```

WenigAltersWerte = {1 "s", 1 "min", 1 "h", 1 "d", 30 "d", 1 "a", 10 "a", 70 "a"};
WenigAchsStriche = {  $\frac{\text{Log}[\frac{\#}{147 \text{"ms"}}]}{\text{Log}[\frac{70 \text{"a"}}{147 \text{"ms"}}]}$  // . EinheitenSI // N, # } & /@ WenigAltersWerte;
$DefaultFont = {"Times", 12.};
Plot[4 x (1 - x), {x, 0, 1},
  AxesLabel -> {"Alter", " $\frac{\text{Lebensausrichtung}}{\quad}$ "}, Ticks -> {WenigAchsStriche, Automatic},
  PlotRange -> All, PlotLabel -> "Jungsche Parabel (Gleichnis):" ];

```

Lebensausrichtung



Dieses Schaubild belegt, daß ein Mensch etwa drei Viertel seines empfundenen Lebens bereits in seiner Mutter verbrachte, wenn er ein hohes Alter erreicht hat. Trotzdem ist das Erinnerungsvermögen an diese Zeit im Mutterleib außerhalb der menschlichen Kontrolle.

■ 1.1.4. Rahmenbedingungen für alle Forschung

Das Leben ist kürzer als man es sich üblicherweise vorstellt.

Beim Hang zum Selbstmord ist dies ein guter Trost, den Rest noch abzuwarten.

Beim Hang zum Leichtsinn sollte zumindest der Nachlaß geordnet werden.

Die nun angedeutete Rechnung ist immer wieder umstritten, da sie unmißverständlich vorrechnet, daß das Thema Tod nicht verdrängt werden sollte. Wer die Rechnung verstanden hat und trotzdem sein Testament nicht schreibt, ist dumm. Trotzdem passiert es immer wieder gerade studierten Leuten, daß sie sich für so unsterblich halten, daß sie die Ordnung ihres Nachlasses auf unbestimmte Zeit hinausschieben.

Die Auseinandersetzung mit einem Studium sollte deshalb vor allem dann angegangen werden, wenn ein Großteil der brennenden Fragen des Lebens schon beantwortet ist.

Der einzige Mensch, der bisher von den Toten zurückgekommen ist, heißt *Jesus Christus*. Das liegt daran, daß er vom Himmel auf die Erde kam und Mensch wurde. Er zitiert Abraham wie folgt:

*31. Er sprach zu ihm: Hören sie Mosen und die Propheten nicht,
so werden sie auch nicht glauben, ob Jemand von den Toten auferstünde.
(Lukas 16,31)*

In früheren Zeiten war folgender Gruß in Deutschland weit verbreitet:

Behüt' uns Gott, bis wir uns wiedersehen – hier auf Erden oder dort im Licht!

Die Bayerische Variante hat sich bis heute auch in München erhalten:

Pfiat di Gott! oder Pfiat Ihnen Gott!

Auf Spanisch heißt der Gruß zum Abschied:

Hasta la vista ad dios!

■ 1.1.5. Protokoll

Die *Mathematica*-Version lautete:

{\$Version, \$ReleaseNumber, \$LicenseID}
{Microsoft Windows 3.0 (October 6, 1996), 0, L4526–3546}

Die Berechnungszeit betrug (in Sekunden):

TimeUsed[]

0.77

Literatur

Bibel

"Die Bibel, oder die ganze Heilige Schrift Alten und Neuen Testaments nach der deutschen Uebersetzung Dr. Martin Luthers.", Revision durch Dr. J. Ph. Fresenius, (1751); Druck und Verlag von Heinrich Ludwig Brönnner, Frankfurt am Main, 40. Auflage, (1841)

[BeS1993]

Bergmann L., Schaefer C. *Lehrbuch der Experimentalphysik Band 3 Optik*, de Gruyter Berlin, 9.Auflage, (1993)

[Dick2002]

Dick H.-M. *Verfahren zur Erfassung der zentral auditiven Verarbeitungs- und Wahrnehmungsstörung bei Kindern*, Medizinische Dissertation Universität Ulm, (2002)

[MS1998]

Möllmann K, Stoll B. *Versuchsanleitungen zum Physik-Praktikum für Mediziner und Zahnmediziner*, Universität Ulm, Studienjahr 1998/99, (1998)

[Reck1998]

Recknagel H. *Die Nürnberger Universität Altdorf und ihre großen Gelehrten*, memorial edition by own press and support of the city of Altdorf, 1st edition, (1998)