Die Basisgrößen der Physik

1. Vorlesung über Grundlagen der Physik

Auftraggeber:21. 7.2004 Professor Dr. Horst Nespeta
Bearbeitung: 22. 7.2004 – 11.10.2004 Dr. Norbert Südland
Letzte Berechnung: 28. 7.2004 Dr. Norbert Südland
Letzte Ergänzung: 12.10.2004 Dr. Norbert Südland

■ 1.1. Vorstellung

■ 1.1.1. Anschrift für Rückfragen

■ 1.1.1.1. E-Mail

Wenn Sie Rückfragen zur Vorlesung oder zu den Übungen haben, so wenden Sie sich bitte via E-Mail an:

Norbert.Suedland@t-online.de

■ 1.1.1.2. Internet

Auf meiner privaten Homepage

http://www.Norbert-Suedland.info

finden Sie immer ein möglichst aktualisiertes Vorlesungsmanuskript und alle bisherigen Übungsblätter (ohne Lösung ☺) unter der Rubrik

Deutsche Fassung → Physik → Grundlagen → FH Aalen, WS2004/05

Im Gegensatz zu den anderen Teilen der Homepage ist das Vorlesungsmanuskript vorerst nur auf der deutschen Seite verfügbar.

■ 1.1.2. Vorlesungs-Manuskript

■ 1.1.2.1. MathReader

Den kostenlosen *MathReader* können Sie sich unter **www.wolfram.co.uk** selbst herunterladen (etwa 6 MBytes) und installieren.

Sie benötigen eine gewisse Zeit, bis die Arbeitsumgebung auf Ihrem Rechner funktioniert. Mit dem *MathReader* können Sie Notebook-Dateien (Endung: *.nb) lesen und drucken.

Bitte schildern Sie mir Ihr Problem via E-Mail, wenn die Installation nicht funktionieren sollte.

■ 1.1.2.2. Fehler im Manuskipt

Es besteht die Möglichkeit, daß Sie Fehler in meinem Manuskript finden. Wenn diese gravierend sind, so teilen Sie mir das bitte mit. Auf diese Weise können Sie von Anfang an an der Lehre der Physik selbst mitgestalten.

Ich verwende noch die alte Rechtschreibung und hoffe, daß Sie sich nicht daran stören. Beim Tafelanschrieb dürfen Sie mich korrigieren. Vielleicht lerne ich auf diese Weise auch noch die neue Rechtschreibung.

■ 1.1.2.3. Mitschreiben in der Vorlesung

Ich empfehle, alles, was ich an die Tafel schreibe, selbst mitzuschreiben, da Sie dadurch eine Übersicht über das Vorlesungsmanuskript erhalten. Das Vorlesungsmanuskipt ist so gestaltet, daß ich alle Rechnungen im Open Source (allerdings in *Mathematica*-Syntax) vorstelle. Dieses Format ist zumindest anfangs gewöhnungsbedürftig. Es funktioniert so:

Eingabe = Ausgabe

Ausgabe

Der Parameter **Eingabe** ist dadurch im Programm gespeichert und kann zu verschiedenen Rechenschritten verwendet werden:

Eingabe

Ausgabe

Aus genau diesem Grund ist es zu empfehlen, daß Sie in der Vorlesung mitprotokollieren.

■ 1.1.3. Bücher

■ 1.1.3.1. Anlaß

Für das korrekte Nacharbeiten einer Vorlesung benötigen Sie nicht nur ein Vorlesungsmanuskipt, sondern auch Lehrbücher, die Sie zur Vertiefung und Korrektur der Vorlesung einsehen sollten.

■ 1.1.3.2. Nachschlagewerke

Ich empfehle Ihnen zwei Nachschlagewerke, die Sie sich möglichst auf Dauer anschaffen sollten, damit Sie in Ihrem ganzen Arbeitsleben etwas davon haben werden:

[Stö1998]
Stöcker H., *Taschenbuch der Physik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, (1998 oder später)

[BrS1987]
Bronstein I. N., Semendjajew K. A. *Taschenbuch der Mathematik*, Gemeinschaftsausgabe Verlag Nauka, Moskau und BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, (1987 oder später)

Beide Nachschlagewerke können auch als Lehrbuch aufgefaßt werden.

■ 1.1.3.3. Kaufen oder Leihen

In einem eigenen Buch können Sie mit Bleistift Korrekturen von Formeln, sowie Ergänzungen und Querverweise anbringen. Bei einem geliehenen Buch gibt es da Probleme. Kaufen ist in aller Regel billiger als Kopieren und Binden, außerdem meist auch handlicher.

Wenn Sie sich noch nicht sicher sind, ob Sie diese Nachschlagewerke kaufen sollen, so leihen Sie sich dieselben in der Bibliothek aus. Spätestens über Fernleihe bekommen Sie Ihr Buch.

■ 1.1.3.4. Lehrbücher

Wenn Sie alternative Vorlesungen zur Physik einsehen wollen, so schaffen Sie sich am besten ein entsprechendes Lehrbuch an. Dies ist im allgemeinen ausführlicher als eine Vorlesung.

Meine Empfehlung lautet:

[HMS2004]
Hering E., Martin R., Stohrer M. *Physik für Ingenieure*, Springer-Verlag Berlin etc., (2004 oder später)

[Sza1956]
Szabó I. *Einführung in die Technische Mechanik*, Springer-Verlag, 2. verbesserte und erweiterte Auflage, (1956 oder später)

■ 1.1.3.5. Weitere Literatur

Wenn Sie irgendwann einmal einen Zusammenhang selbst präsentieren müssen, so habe ich Ihnen meine verwendeten Quellen mit angegeben, damit Sie diese dann genauer einsehen können. Die Hyperlink-Technik erleichtert das Blättern auf dem Bildschirm gewaltig. Auf diese Weise werden Sie gleich von Anfang an an das Aussehen einer wissenschaftlichen Präsentation gewöhnt.

■ 1.2. Die Koordinaten der Physik

■ 1.2.1. Die Zeit

■ 1.2.1.1. Definition von Definition

In der Physik ist eine *Definition* stets eine durchführbare Meß- oder Rechenvorschrift.

■ 1.2.1.2. Definition von Größe (in der Physik)

Eine *Meßgröße* hat in der Physik stets eine *Maßzahl* und eine zugehörige *Einheit*. Die Größe wird durch ein spezifisches Symbol dargestellt, das meist den lateinischen oder englischen Namen der Größe abkürzt.

■ 1.2.1.3. Beispiel Zeit

Symbol $\boldsymbol{t}$ (tempus; time):

Physikalische Einheit: 1 $\boldsymbol{s}$ (Sekunde)

■ 1.2.1.4. Einbettung in die Historische Zeit

Die genaueste Uhr, die für Menschen zugänglich ist, sind die Sternläufe. Deshalb wird der Tag als Einheit für historische Untersuchungen gewählt. Ein Tag entspricht einer Umdrehung der Erde um ihre Achse.

Der siderische Tag geht von Sternposition bis Sternposition.

Der mittlere Sonnentag wird so bestimmt, daß das Jahr 365,2422 mittlere Sonnentage ([dtv1969], Bd. **9**, S. 71) hat.

Die Gregorianische Kalenderreform ([Zem1987], S. 29) des Julianischen Kalenders hat ein Jahr von

$$\mathbf{\frac{146097}{400}\ //\ \mathit{N}[\#,\ 8]\ \&}$$

365.2425

durchschnittlichen Sonnentagen.

Der Tag wird in 24 Stunden eingeteilt, jede Stunde hat 60 Minuten und 3600 Sekunden. Die physikalische Sekunde ist somit der

$$\mathbf{24 * 3600}$$

86400

ste Teil eines mittleren Sonnentages.

Diese Definition ist schwer zu kalibrieren. Deshalb wurde 1967 folgende Definition für die Sekunde beschlossen ([dtv1969], Bd. **8**, S. 153):

Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids $^{133}\boldsymbol{Cs}$ *entsprechenden Strahlung.*

Weil ein kleiner Kalibrierungsfehler bei dieser Definition vorliegt, werden alle paar Jahre sogenannte *Schaltsekunden* eingeführt, die die Atomuhren an die astronomischen Uhren angleichen.

Das Jahr Null existiert in einer Zeitrechnung normalerweise nicht. Ausnahme hierzu ist das astronomische Zeitsystem, das den Julianischen Kalender in die Vorzeit extrapoliert und bei der historischen Zuordnung eines Ereignisses mit Vorsicht zu genießen ist. Es wird bei diesem System so getan, als hätte die Gregorianische Kalenderreform nicht stattgefunden. Zwischen dem 1. 3.1900 n. Chr. und dem 28. 2.2100 n.Chr. stimmt das astronomische Zeitsystem mit der Gregorianischen Kalenderreform überein.

■ 1.2.1.5. Definition von Differenz

Eine Differenz wird mit einem vorangestellten **Δ** vor dem zugehörigen Größensymbol beschrieben und beschreibt folgende Differenz der Maßzahlen (bei gleich zu wählender Einheit):

$$\Delta\text{größe} := \text{größe}[\text{neu}] - \text{größe}[\text{alt}] \tag{1.1}$$

Sind beide Vergleichsgrößen gleich alt, so wird eine laufende Numerierung gewählt, wobei die kleineren Zähler als "älter" gelten. Dies bedeutet also:

$$\Delta\text{s} := s[2] - s[1] \tag{1.2}$$

■ 1.2.1.6. Zeitdifferenzen in der Physik

In der Physik spielt der Absolutwert der historischen Zeit keine Rolle. Deshalb ist es stets möglich, eine Zeitdifferenz $\boldsymbol{\Delta\mathrm{t} := t[\mathrm{aktuell}] - t[\mathrm{start}]}$ anzugeben. Dabei wird $\boldsymbol{t[\mathrm{start}] \to 0}$ gesetzt und das **Δ** vor ***t*** weggelassen. Durch diese Handhabung ist die physikalische Zeit ***t*** stets nicht-negativ.

Beim Ansetzen eines zeitabhängigen physikalischen Gesetzes ist darauf zu achten, daß eine beliebige Zeitverschiebung in der zugehörigen Gleichung möglich ist. Dies wird dadurch erreicht, daß streng genommen immer nur Zeitdifferenzen und nie absolute Zeitbeträge in der Physik eine Rolle spielen. Durch diesen Ansatz kann ein physikalischer Zusammenhang wiederholt unter "identischen" Bedingungen gemessen werden. Als Konsequenz können dagegen historisch einmalige Ereignisse nicht mit physikalischen Methoden diskutiert werden.

■ 1.2.1.7. Große und kleine physikalische Einheiten

Für besonders große und besonders kleine Maßzahlen vor der physikalischen Einheit werden durch 10 teilbare Faktoren beziehungsweise Divisoren durch entsprechende Abkürzungen unmittelbar vor dem Einheitensymbol dargestellt.

Folgende Abkürzungen sind üblich ([dtv1969], Bd. **10**, Seite 32; [Stö1998], Tabelle 34.0/2, Seite 1029):

d	10^{-1}	Deci	da	10	Deka
c	10^{-2}	Centi	h	100	Hekto
m	10^{-3}	Milli	k	1000	Kilo
μ	10^{-6}	Mikro	M	10^{6}	Mega
n	10^{-9}	Nano	G	10^{9}	Giga
p	10^{-12}	Piko	T	10^{12}	Tera
f	10^{-15}	Femto	P	10^{15}	Peta
a	10^{-18}	Atto	E	10^{18}	Exa
z	10^{-21}	Zepto	Z	10^{21}	Zetta
y	10^{-24}	Yocto	Y	10^{24}	Yotta

Tabelle 1.1

In der Computeralgebra ist es ratsam, die Einheiten stets in Anführungszeichen zu schreiben, damit sie nicht mit physikalischen Größensymbolen verwechselt werden können.

Eine Alternative dazu ist das *Mathematica*-Paket

<< Miscellaneous`Units`

bei dem die entsprechenden Bezeichnungen komplett (auf Englisch) ausgeschrieben werden.

■ 1.2.2. Die Ortsvektoren

■ 1.2.2.1. Drei Dimensionen Raum

Drei Ortskoordinaten genügen, um den Raum des Laborsystems vollständig zu erreichen. Diese Ortskoordinaten sind voneinander unabhängig und werden zu einem *Vektor* gebündelt, der für jeden betrachteten Körper drei Raumkoordinaten besitzt.

■ 1.2.2.2. Definition Vektordifferenz

Eine Vektordifferenz wird so ausgeführt, daß die Pfeilspitze des Differenzvektors auf die Pfeilspitze des erstgenannten Vektors der Differenz zeigt. Für jede der drei Koordinaten wird unabhängig voneinander die Differenz gebildet.

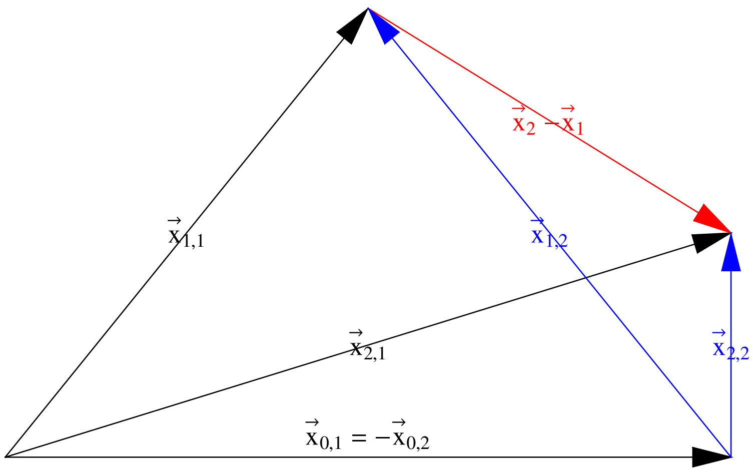
■ 1.2.2.3. Beispiel Vektor-Differenz

Ein Vektor habe die Koordinaten $\vec{x}_1 := \{x_1,\ y_1,\ z_1\}$ und ein zweiter Vektor $\vec{x}_2 := \{x_2,\ y_2,\ z_2\}$. Dann ist die Vektordifferenz die folgende:

$$\vec{x}_2 - \vec{x}_1 := \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

Der Differenzvektor bildet mit dem abgezogenen Vektor den erstgenannten Vektor der Vektordifferenz:

```
<< Graphics`Arrow`
$DefaultFont = {"Times", 10.};
Show[Graphics[{Text["x⃗_{1,1}", {1/2, 1}], Arrow[{0, 0}, {1, 2}], Text["x⃗_{2,1}", {1, 1/2}],
    Arrow[{0, 0}, {2, 1}], Text["x⃗_{0,1} = -x⃗_{0,2}", {1, 1/10}], Arrow[{0, 0}, {2, 0}], Hue[0],
    Text["x⃗_2 - x⃗_1", {3/2, 3/2}], Arrow[{1, 2}, {2, 1}], Hue[2/3], Text["x⃗_{1,2}", {3/2, 1}],
    Arrow[{2, 0}, {1, 2}], Text["x⃗_{2,2}", {2, 1/2}], Arrow[{2, 0}, {2, 1}]}]];
```



Vektordifferenzen sind unabhängig von der Lage des Koordinatenursprungs. Ähnlich wie bei der Zeitkoordinate werden in der Physik nur vektorielle Ortsdifferenzen in einer dynamischen Gleichung beschrieben, da ein absoluter Nullpunkt des Raumes nicht bekannt ist oder durch Messung ermittelt werden kann.

Verschiedene Koordinatenursprünge eines Systems werden über Differenzenbildung ineinander umgerechnet. Dazu ist folgende Merkregel vorhanden:

Die Sicht des anderen bezüglich des genannten Sachverhalts ist mein Standpunkt,
von dem ich meine Sicht des anderen Standpunkts abzuziehen habe.

■ 1.2.2.4. Einheit Meter

Für Längendifferenzen existieren sehr viele historische Einheiten. 1791 wurde in Paris im Rahmen der Revolution eine Längeneinheit "Meter" so definiert, daß der Erdumfang 40000 km betragen sollte. Wegen Kalibrierungsfehlern und der später festgestellten leichten Abplattung der Erde an den Polen stimmt dieses Maß nur in etwa.

Seit 1889 wurde das Meter nach einem entsprechenden Meterstab aus Platin-Iridium definiert, von dem Deutschland die Kopie Nr. 18 erhielt. Sie wird in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig aufbewahrt ([dtv1969], Bd. **6**, S. 136).

Von 1960 ([dtv1969], Bd. **6**, S. 136) bis 1983 war die orangefarbene ^{86}**Kr**-Linie bei $\boldsymbol{\lambda = 605{,}7\,\mathrm{nm}}$ das Längennormal, ab 1983 wurde festgelegt, daß die Längeneinheit so festzulegen sei, daß die Vakuumlichtgeschwindigkeit genau $\mathbf{299\,792\,458}\ \frac{m}{s}$ ([BS1993], Bd. **3**, S. 197) betrage. Das heißt, daß das Licht die Strecke $\mathbf{1}\,\boldsymbol{m}$ in einer Zeit von $\frac{s}{\mathbf{299\,792\,458}}$ im Vakuum durchläuft.

■ 1.2.3. Geschwindigkeiten

■ 1.2.3.1. Durchschnittliche Geschwindigkeit

Eine *Tagesreise* ist diejenige Strecke, die ein langsam fahrendes Gespann an einem Arbeitstag zurücklegt. Das sind etwa **30 km**. Mit einem Pferd kann diese Strecke im Galopp in einer Stunde zurückgelegt werden, ebenso mit einem Fahrrad.

Die (durchschnittliche) Geschwindigkeit ***v*** (velocity) ist das Verhältnis aus zurückgelegter Wegdifferenz und benötigter Zeit:

$$v := \frac{\Delta \mathrm{s}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{s[t+\Delta \mathrm{t}] - s[t]}{(t+\Delta \mathrm{t}) - t} \tag{1.4}$$

Das Verhältnis ist so gewählt, daß eine zahlenmäßig größere Geschwindigkeit den schnelleren Zustand beschreibt.

■ 1.2.3.2. Momentane Geschwindigkeit

Soll ein aktueller Wert der Geschwindigkeit, etwa bei einer Beschleunigung, gemessen oder berechnet werden, so müssen die betrachteten Zeitintervalle $\boldsymbol{\Delta \mathrm{t}}$ immer kleiner gewählt werden. Im Grenzübergang $\boldsymbol{\Delta \mathrm{t} \to 0}$ ergibt sich die *Tangentensteigung* an die Kurve, die als Differentiation erster Ordnung in der Zeit bezeichnet wird:

$$v := \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{\Delta \mathrm{s}}{\Delta \mathrm{t}} = \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{s[t+\Delta \mathrm{t}] - s[t]}{(t+\Delta \mathrm{t}) - t} = \frac{d s[t]}{d t} = \frac{\partial s[t]}{\partial t} \tag{1.5}$$

■ 1.2.3.3. Geschwindigkeitsfeld

Werden Geschwindigkeitsfelder betrachtet, so wird die Bewegung sehr vieler Körper zeitlich erfaßt und zu Geschwindigkeitsfeldern ausgewertet:

$$\vec{v}\left[\vec{x}, t\right] := \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{\Delta \vec{s}\left[\vec{x}, t\right]}{\Delta \mathrm{t}} = \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{\vec{s}\left[\vec{x}, t+\Delta \mathrm{t}\right] - \vec{s}\left[\vec{x}, t\right]}{(t+\Delta \mathrm{t}) - t} = \frac{\partial \vec{s}\left[\vec{x}, t\right]}{\partial t} = \frac{d \vec{s}\left[\vec{x}, t\right]}{d t} \tag{1.6}$$

Das letzte Gleichheitszeichen in Gleichung (1.6) gilt nur, wenn die Koordinate $\boldsymbol{\vec{x}}$ zeitlich unbewegt bleibt.

Da die Position eines einzelnen Körpers sich während der Bewegung mit einer Geschwindigkeit ***v*** verändert, sind Verständnishürden beim Thema Geschwindigkeitsfeld vorprogrammiert.

■ 1.2.3.4. Totales Differential

Der Unterschied zwischen einer partiellen und einer totalen Differentiation ist der folgende: Bei der partiellen Ableitung werden alle übrigen Parameter, nach denen nicht differenziert wird, als Konstanten behandelt. Bei der totalen Ableitung wird die *Kettenregel* auf alle Teilterme angewandt.

Als Beispiel dient die totale Differentiation eines Vektorfeldes $\boldsymbol{\vec{v}\left[\vec{x}, t\right] = \begin{pmatrix} \mathrm{vx}[x, y, z, t] \\ \mathrm{vy}[x, y, z, t] \\ \mathrm{vz}[x, y, z, t] \end{pmatrix}}$ nach der Zeit:

$$\frac{\mathbf{Dt[\{vx[\mathit{x},\ \mathit{y},\ \mathit{z},\ \mathit{t}],\ vy[\mathit{x},\ \mathit{y},\ \mathit{z},\ \mathit{t}],\ vz[\mathit{x},\ \mathit{y},\ \mathit{z},\ \mathit{t}]\}]}}{\mathbf{Dt[\mathit{t}]}}\ \mathbf{//\ Expand\ //\ MatrixForm}$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{vx}^{(0,0,0,1)}[x,\ y,\ z,\ t] + \frac{\mathrm{Dt}[z]\ \mathrm{vx}^{(0,0,1,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[y]\ \mathrm{vx}^{(0,1,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[x]\ \mathrm{vx}^{(1,0,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} \\ \mathrm{vy}^{(0,0,0,1)}[x,\ y,\ z,\ t] + \frac{\mathrm{Dt}[z]\ \mathrm{vy}^{(0,0,1,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[y]\ \mathrm{vy}^{(0,1,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[x]\ \mathrm{vy}^{(1,0,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} \\ \mathrm{vz}^{(0,0,0,1)}[x,\ y,\ z,\ t] + \frac{\mathrm{Dt}[z]\ \mathrm{vz}^{(0,0,1,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[y]\ \mathrm{vz}^{(0,1,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} + \frac{\mathrm{Dt}[x]\ \mathrm{vz}^{(1,0,0,0)}[x,y,z,t]}{\mathrm{Dt}[t]} \end{pmatrix}$$

Die vektorielle Schreibweise dieser Terme ergibt:

$$\frac{d\vec{v}[x,\ y,\ z,\ t]}{dt} = \frac{\partial\vec{v}[x,\ y,\ z,\ t]}{\partial t} + \frac{\partial\vec{v}[x,\ y,\ z,\ t]}{\partial z}\ \frac{dz}{dt} + \frac{\partial\vec{v}[x,\ y,\ z,\ t]}{\partial y}\ \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\vec{v}[x,\ y,\ z,\ t]}{\partial x}\ \frac{dx}{dt} \tag{1.7}$$

Die Terme $\frac{dz}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dx}{dt}$ sind der Definition nach Geschwindigkeiten, und zwar die Geschwindigkeiten der Koordinaten $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ und $\boldsymbol{z}$. Die Mathematik läßt also die Verwendung bewegter Koordinaten zu, was besonders bei Berücksichtigung der Erddrehung von Bedeutung ist.

Für ein unbewegtes Koordinatensystem ist $\frac{dz}{dt} == \frac{dy}{dt} == \frac{dx}{dt} == \mathbf{0}$ ein Ausdruck dafür, daß die 4 Koordinaten der Physik voneinander unabhängig sind. In einem derartigen Koordinatensystem ist stets die partielle und die totale Ableitung nach einer der 4 Koordinaten identisch.

■ 1.2.3.5. Historischer Trugschluß

Nun gibt es einen historischen Trugschluß in der Physik, daß folgende Zuordnung (z.B. [HT1956], §191, Gl.(6), S. 430) gelte:

$$\frac{dz}{dt} \to \mathrm{vz}[x,\ y,\ z,\ t],\ \frac{dy}{dt} \to \mathrm{vy}[x,\ y,\ z,\ t],\ \frac{dx}{dt} \to \mathrm{vx}[x,\ y,\ z,\ t] \tag{1.8}$$

Dieser Trugschluß führt auf Koordinaten $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ und $\boldsymbol{z}$, die von sich selbst abhängig sind. Dadurch entsteht bei konsequnter Anwendung der totalen Differentiation eine Endlosschleife!

Historisch kam diese Endlosschleife nicht explizit vor, da die funktionellen Abhängigkeiten nicht jedesmal explizit ausgeschrieben wurden.

Von diesem historischen Trugschluß betroffen sind folgende Grundgleichungen der Physik:

- Eulersche Gleichung der Hydromechanik (1755)

- Navier-Stokes-Gleichung der Hydromechanik (1812)

- Boltzmann-Gleichung der kinetischen Gas-Statistik (18??)

Durch diesen elementaren Trugschluß funktionieren physikalische Modellrechnungen flüssiger und gasförmiger Strömungen nur sehr bedingt. Ein Ingenieur sollte um diese Trugschlüsse wissen, damit er selbst entscheiden kann, welches Simulationsprogramm samt Bediener er einkauft.

■ 1.3. Aufbau aller physikalischen Einheiten aus den Einheiten der Basisgrößen

■ 1.3.1. Motivation und Vorgehensweise

Am Beispiel der Geschwindigkeit wurde bereits gezeigt, daß aus den physikalischen Basisgrößen der Zeit- und Ortskoordinaten weitere physikalische Größen abgeleitet werden können. Weitere derartige Beispiele sollen nun folgen. Anschließend werden die im SI-System (SI steht für *system international*) angegebenen Basisgrößen der Physik abgehandelt, damit es möglich ist, alle physikalischen Einheiten und Größen bestmöglich zu verstehen.

■ 1.3.2. Strecke, Fläche und Volumen

Eine Strecke besitzt nur eine einzige Ortskoordinate, eine Fläche zwei unabhängige Koordinaten und ein Volumen drei verschiedene Raumrichtungen.

Die Basiseinheit der Strecke ist das Meter. Die Basiseinheit der Fläche ist der Quadratmeter und die Basiseinheit des Volumens ist der Kubikmeter.

Das Symbol für Fläche ist ***A*** (area), das für Volumen ***V*** (volumen, volume).

Bei den Flächen gibt es Maße, die mit den bislang eingeführten Methoden noch nicht verstanden werden können:

1 a	Ar	$100\, m^2$
1 ha	Hektar	$10000\, m^2$
1 km^2	Quadratkilometer	$1000^2\, m^2$

Tabelle 1.2

Für das Volumen werden weitere Maße verwendet, die vom Kubikmeter abweichen:

1 km^3	Kubikkilometer	$10^9\, m^3$
1 l	Liter	$\frac{1}{1000}\, m^3$
1 dm^3	Kubikdezimeter	$\frac{1}{1000}\, m^3$
1 hl	Hektoliter	$100\, l$
1 dl	Deziliter	$\frac{1}{10}\, l$
1 cl	Centiliter	$\frac{1}{100}\, l$
1 ml	Milliliter	$\frac{1}{1000}\, l$
1 cm^3	Kubikcentimeter	$\frac{1}{1000}\, l$
1 µl	Mikroliter	$10^{-6}\, l$
1 mm^3	Kubikmillimeter	$10^{-6}\, l$

Tabelle 1.3

Es sei darauf hingewiesen, daß im SI-System physikalische Einheiten immer bestmöglich gekürzt und vereinfacht werden. Diese Sitte ist in der Technischen Physik nicht immer angebracht, so daß deutlich mehr technische Einheiten als physikalische SI-Einheiten existieren.

Ein recht drastisches Beispiel für die diesbezügliche Einheitenvielfalt ist der Benzinverbrauch beim Auto, der in $\frac{l}{100\,\mathrm{km}}$ angegeben wird. Nach der SI-Norm ergibt das die Einheit einer Fläche, die aus technischer Sicht keinen Sinn hat:

$$\mathbf{8.5\,\frac{"l"}{100\,"km"}\;/.\left\{"l" \to \frac{"m"^3}{1000},\; "km" \to 1000\,"m"\right\}}$$
$$\mathbf{\%\;/.\;\{"m" \to 1000\,"mm"\}}$$
$$\mathbf{\%\;/.\;\{"mm" \to 1000\,"\mu m"\}}$$

$$8.5\times 10^{-8}\,\mathrm{m}^2$$

$$0.085\,\mathrm{mm}^2$$

$$85000.\,\mu\mathrm{m}^2$$

Es sei daran erinnert, daß in der Technischen Physik eine Definition immer eine durchführbare Meß- und/oder Rechenvorschrift ist.

■ 1.3.3. Verallgemeinerte Geschwindigkeiten

■ 1.3.3.1. Volumen-Geschwindigkeit

Eine verallgemeinerte Geschwindigkeit gehört zu einer Längeneinheit pro Zeit.

Die Förderleistung einer Pumpe wird in $\frac{l}{s}$ angegeben; die Donau führt z.B. bei Ulm **125** $\frac{m^3}{s}$ Wasser.

Der Übergang von der durchschnittlichen Förderleistung $\frac{\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{t}}$ zur momentanen Förderleistung $\frac{\partial V}{\partial t}$ erfolgt analog zur Definition der Geschwindigkeit über einen entsprechenden Differenzenquotienten:

$$v_V\left[\vec{x},\, t\right] := \lim_{\Delta \mathrm{t} \to 0} \frac{V\left[\vec{x},\, t + \Delta \mathrm{t}\right] - V\left[\vec{x},\, t\right]}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{\partial V\left[\vec{x},\, t\right]}{\partial t} \tag{1.9}$$

Diese Rechenvorschrift weicht von der technischen Meßvorschrift ab, da bei der Eichung des Zählers verschiedene *stationäre Volumenströme* erzeugt werden, so daß die durchschnittlichen Förderleistungen pro Sekunde identisch werden mit den momentanen Förderleistungen zur Zeit $\boldsymbol{t}$ am Ort $\vec{\boldsymbol{x}}$. Auch zur Eichung eines Tachometers werden verschiedene *stationäre Geschwindigkeiten* eingestellt.

Jedes Gerät, das eine Geschwindigkeit mißt, besitzt eine *Trägheit*, so daß beliebig schnell bewegte Ereignisse nicht in der Messung erfaßt werden können. Diese Geräte arbeiten alle als *Tiefpaß,* wobei der Ingenier darauf achten muß, daß ein typischer Einschaltvorgang noch korrekt gemessen wird. Besonders bei Gaszählern kann im Fall von starken Druckschwankungen nicht mehr korrekt gemessen werden. Auch deshalb stehen in jeder größeren Stadt entsprechende Gaskessel, die einen Mindestdruck sogar in den Stoßzeiten garantieren.

■ 1.3.3.2. Flächen-Geschwindigkeit

Diese Größe taucht zum Beispiel als *Diffusionskonstante* (vgl. [dtv1969], Bd. **2**, S. 106) eines diffusiven Prozesses auf und gibt an, wie schnell die Varianz $\boldsymbol{\sigma^2}$ (Nomenklatur nach C. F. Gauß) der zugehörigen Verteilungsfunktion mit der Zeit anwächst. Die Meßvorschrift ([Süd2000], Abschnitt 5.2.1.1., Seite 91) von Diffusionskonstanten ist komplizierter.

■ 1.3.3.3. Beschleunigung

Ändert sich die Geschwindigkeit mit der Zeit, so kann die erfolgte Beschleunigung ***a*** (acceleration) wieder zunächst als die *durchschnittliche Beschleunigung* berechnet und über den Limes des Differenzenquotienten in eine Differentiation nach der Zeit überführt werden:

$$\vec{a}\left[\vec{x},\, t\right] := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}\left[\vec{x},\, t + \Delta t\right] - \vec{v}\left[\vec{x},\, t\right]}{\Delta t} = \frac{\partial \vec{v}\left[\vec{x},\, t\right]}{\partial t} = \frac{\partial^2 \vec{s}\left[\vec{x},\, t\right]}{\partial t^2} = \frac{d \vec{v}\left[\vec{x},\, t\right]}{d t} \qquad (1.10)$$

Das letztgenannte Gleichheitszeichen in Gleichung (1.10) stimmt wieder nur in einem unbeschleunigten Koordinatensystem. Ein unbeschleunigtes Koordinatensystem wird auch als *Inertialsystem* bezeichnet.

Meßgeräte für die Beschleunigung arbeiten zum Beispiel als Kraftmesser zur Auslösung des Airbags im Auto oder zur Auslösung der Notbremse bei Aufzügen und Seilbahnen. Ein Armaturengerät zur Anzeige der aktuellen Beschleunigung ist nicht verwirklicht, da der Reisende die beschleunigenden *Kräfte* unmittelbar spürt.

■ 1.3.3.4. Weitere Geschwindigkeiten

Die Änderung der Beschleunigung in der Zeit usw. kann analog zu den bereits durchgeführten Grenzwerten bestimmt werden. Ebenso kann eine Volumen-Beschleunigung usw. bestimmt werden.

Es ist sehr viel einfacher, eine physikalische Rechnung durchzuführen, als einen zugehörigen Versuchsaufbau zu konzipieren und einzumessen.

Deshalb werden weitere physikalische Größen nach Bedarf erfunden, das heißt definiert – dazu gehört auch ein Versuchsaufbau!

■ 1.4. Weitere Basisgrößen der Physik

■ 1.4.1. Die Winkel im Bogenmaß

■ 1.4.1.1. Ursprung der verschiedenen Maße

Seit dem Altertum hat der Vollwinkel **360** °. Das hängt mit der Astronomie zusammen, wo sich der Ort eines Sterns am Horizont an einem Tag um etwa **1** ° verschiebt.

Das Symbol für die physikalische Größe Winkel wird in der Mathematik durch einen griechischen Buchstaben nach Bedarf angegeben.

Der Winkel im Bogenmaß wird zur Verdeutlichung auch in der Einheit **rad** (radiant) geschrieben. Es gibt allerdings genügend viele Veröffentlichungen, wo der Winkel im Bogenmaß dimensionslos (also ohne Einheit) angegeben wird. Er wird verwendet, da die Differentiation der trigonometrischen Funktionen bei Verwendung des Bogenmaßes besonders einfach ausfällt. Ein Ingenieur, der einen Winkel für seine Mitarbeiter ausrechnet, tut gut daran, ihn in Grad umzurechnen.

Die Umrechnung erfolgt so:

$$\#\left(\frac{\pi\,\text{"rad"}}{180\,\text{"°"}}\right)\,\&\;/@\;\{360\,\text{"°"},\,90\,\text{"°"},\,60\,\text{"°"}\}$$

$$\%\;/.\;\{\text{"rad"}\to 1\}$$

$$\left\{2\,\text{rad}\,\pi,\ \frac{\text{rad}\,\pi}{2},\ \frac{\text{rad}\,\pi}{3}\right\}$$

$$\left\{2\,\pi,\ \frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{3}\right\}$$

Die Differentiationen der trigonometrischen Funktionen ergeben im Bogenmaß:

$$\partial_x\#\ \&\ /@\ \{\text{Sin}[x],\ \text{Cos}[x],\ \text{Tan}[x],\ \text{Cot}[x],\ \text{Sec}[x],\ \text{Csc}[x]\}$$

$$\{\text{Cos}[x],\ -\text{Sin}[x],\ \text{Sec}[x]^2,\ -\text{Csc}[x]^2,\ \text{Sec}[x]\,\text{Tan}[x],\ -\text{Cot}[x]\,\text{Csc}[x]\}$$

Im Gradmaß ergibt sich dagegen durch Nachdifferenzieren:

$$\partial_\alpha\#\ \&\ /@\ \left(\{\text{Sin}[x],\ \text{Cos}[x],\ \text{Tan}[x],\ \text{Cot}[x]\}\ /.\ \left\{x\to\frac{\alpha\,\pi}{180\,\text{"°"}}\right\}\right)$$

$$\left\{\frac{\pi\,\text{Cos}[\frac{\pi\,\alpha}{180\,°}]}{180\,°},\ -\frac{\pi\,\text{Sin}[\frac{\pi\,\alpha}{180\,°}]}{180\,°},\ \frac{\pi\,\text{Sec}[\frac{\pi\,\alpha}{180\,°}]^2}{180\,°},\ -\frac{\pi\,\text{Csc}[\frac{\pi\,\alpha}{180\,°}]^2}{180\,°}\right\}$$

■ 1.4.1.2. Die Kreisfrequenz oder Winkelgeschwindigkeit

Bei periodischen Schwingungen stellt die *Kreisfrequenz* das Argument der zugehörigen Sinusfunktion dar, wobei dann dieselbe mit der Zeit multipliziert wird.

Die Kreisfrequenz gibt an, welchen Umfang ein Rad mit Radius Eins in einer Sekunde durch Drehung zurücklegt.

Symbol: $\vec{\omega}$ (letzter griechischer Buchstabe, daher hoffentlich einheitlich verwendet) Einheit: $\frac{\textbf{rad}}{s}$
Wichtig: Die Kreisfrequenz besitzt *Vektor-Eigenschaft* im Gegensatz zum Drehwinkel. Der Vektorpfeil zeigt in eine Richtung, die parallel zur Drehachse verläuft und beginnt am Drehpunkt. Zeigt der Daumen der rechten Hand in Richtung des Vektorpfeils der Kreisfrequenz, so zeigen die Finger den Drehsinn für ein positives Vorzeichen von $\vec{\omega}$ an. Fällt es schwer, das Vorzeichen des Vektors festzulegen, so drehe man das Koordinatensystem so, daß im neuen Koordinatensystem $\vec{\omega} == \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$ gilt.

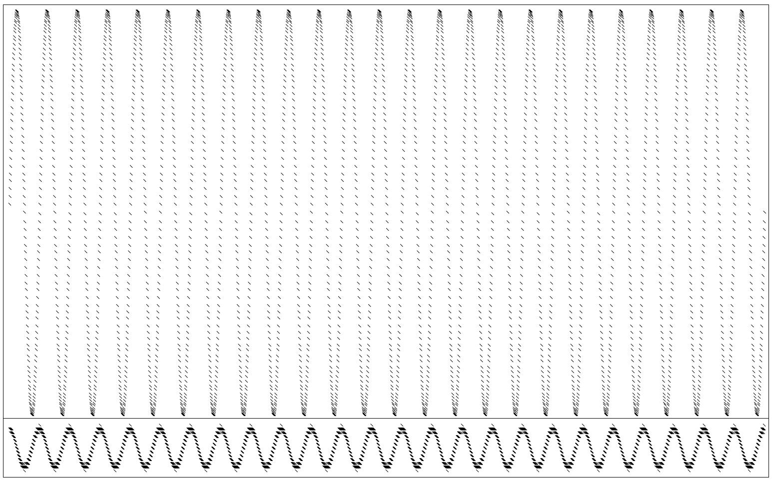
■ 1.4.1.3. Die Schwingungsfrequenz

Symbol: f (frequency) Einheit: **1 Hz** (Hertz) $= 1\,s^{-1}$

Soll aus der Kreisfrequenz etwa eine Pedalfrequenz ermittelt werden, so ist die Kreisfrequenz durch $2\,\pi$ **rad** zu teilen.

Der "Netzbrumm" eines Transformators beträgt in Europa zum Beispiel $50\,\text{Hz} == \frac{50}{s}$. Die korrekte Implementierung dieses Tones ergibt folgerichtig folgende Syntax:

$$\text{Play}\left[\text{Evaluate}\left[\text{Sin}[2\,\pi\,f\,t\,\text{"s"}]\;/.\;\left\{f \to \frac{50}{\text{"s"}}\right\}\right],\;\left\{t,\,0,\,\frac{1}{2}\right\}\right];$$



Es gilt die feste Beziehung:

$$\omega == 2\,\pi\,f \tag{1.11}$$

Bei dieser Angabe (1.11) der Beziehung ist **rad** dimensionslos einzusetzen, so wie es auch bei mathematischen Funktionen immer nur dimensionslose Argumente gibt.

Die Einheit **rad** kann bei der *Einheitenkontrolle* hinderlich sein.

■ 1.4.2. Die Masse

■ 1.4.2.1. Eigenschaften

Eine weitere wirkliche Basisgröße der Physik ist die Masse ***m*** (mass). Ihre Einheit wurde so gewählt, daß **1 *l*** Wasser bei **4 °C 1 kg** wiegt. Die Idee zur Kombination von Längenmaß und Gewicht geht auf Johann Faulhaber (1580-1635) zurück, der zusammen mit Johannes Kepler (1571-1630) erstmals zu Ulm/Donau ein Eichgefäß aus Bronze (*Keplerkessel*) konstruierte. Das Gerät ist heute noch im Ulmer Museum ausgestellt.

Seit 1889 existiert ein Urkilogramm aus Platin-Iridium ([dtv1969], Bd. **5**, S. 37), das als Referenz für die Eichämter gilt.

■ 1.4.2.2. Streit um Archimedes

Nach Archimedes ist der Auftrieb gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.

Die heutige Deutung des Phänomens erfolgt über den hydrostatischen Druck und entsprechende Druckdifferenzen, die zu resultierenden Kräften werden.

Somit ist der *Auftrieb* nicht eine *Masse*, sondern eine *Kraft*.

Das Meßgerät zur Bestimmung der Masse ist die Waage, mit der Archimedes unterwegs war.

Um nun so zu tun, als sei bereits Archimedes auf dem heutigen Forschungsstand gewesen, gibt es eine Begriffsverwirrung um die Bezeichnung *Gewicht*, der auf die mittelalterliche Schule der *Scholastik* zurückgeht:

Im Sprachgebrauch wird das Gewicht durch Wägung auf einer Waage bestimmt. Die Gewichtskraft wird dagegen mit einer Federwaage bestimmt (z.B. Fleischerhaken).

Da der Wortlaut des Archimedischen Prinzips für manche Leute heilig ist, wird dort nicht einfach von *Gewichtskraft* geredet, sondern vielmehr das Gewicht als Kraft betrachtet.

Die Einheit **kg** (Kilogramm) wurde durch das Kilopond **kp** repräsentiert. Für Kräne wurde folgende Bezeichnung vorgeschlagen ([dtv1969], Bd. **5**, S. 37):

entweder:	Tragfähigkeit	= 10000 kg = 10 t
oder:	Tragkraft	= 10000 kp = 10 Mp,
dagegen nicht:	Tragkraft	= 10000 kg = 10 t.

In der Praxis redet man besser von *Traglast* und gibt dieselbe in Tonnen an. Die Traglast liegt immer unterhalb der Tragfähigkeit, welche man besser nicht experimentell bestimmt, da danach der Kran kaputt ist. Die Bezeichnung Kilopond wurde inzwischen abgeschafft ([Grei1981], Abschnitt I.6.9, Seite 29). Besonders im Umgang mit älteren Mitarbeitern und Kunden sollte ein Ingenieur diese Bezeichnung trotzdem noch kennen.

■ 1.4.2.3. Nomenklatur für besonders große und besonders kleine Massen

Im Gegensatz zu anderen physikalischen Größen werden bei den Massen die besonders kleinen in g, **mg**, μ**g**, **ng**, **pg**, **fg**, **ag**, **zg** und **yg** angegeben, die besonders großen Massen dagegen in **kt**, **Mt**, **Gt**, **Tt**, **Pt**, **Et**, **Zt** und **Yt**. Noch größere oder noch kleinere Massen kommen nur sehr selten vor.

■ 1.4.3. Die Stoffmenge

Die Stoffmenge ist eine Konsequenz der atomistischen Struktur der Materie. Die Atommasseneinheit u wird auf ein Zwölftel der Masse des ${}^{12}_{6}C$-Atoms angesetzt, wodurch ein Mittelwert aus Elektron-Proton- und Neutronenmasse gebildet ist. Durch diesen Kunstgriff sind die Molmassen fast aller chemischen Elemente in etwa ganzzahlig. Eine deutliche Ausnahme zu dieser Regel ist Chlor mit $\mathbf{35.453}\,u$, da hiervon zwei benachbarte Isotope in etwa gleich häufig sind.

Auf verschiedene Weise wurde die Avogadro-Konstante (sie wird auch mit der Loschmidtschen Zahl verwechselt) bestimmt, die angibt, wieviele Moleküle in einem Reinstoff der Stoffmenge **1 mol** enthalten sind. Dabei kann beim Gewicht die Einheit u durch Gramm (g) ersetzt werden. Der genaue Wert der Avogadro-Konstante ergibt $\mathbf{6.02205 * 10^{23} / mol}$ ([Mor1987], Kapitel 3, Abschnitt 3, S. 27-29). Bei *Mathematica* und Stöcker ([Stö1998], Abschnitt 20.2.4.7, Seite 586) wird folgende Avogadro-Konstante angegeben: $\mathbf{6.0221367 * 10^{23} / mol}$.

Ein Mol Chlor ($\mathbf{Cl_2}$) hat demnach

2 * 35.453

70.906

Gramm. Da es sich um ein Gas handelt, füllt es bei **0 °C** und Normdruck (**101325 Pa**) das Molvolumen von **22.414** $\boldsymbol{l}$ aus. Für die meisten Gase ist die Abweichung vom Idealwert des Molvolumens kleiner als **1 %** – vgl. Mortimer ([Mor1987], Kapitel 10, Abschnitt 2, Seite 136-137).

Die nach Stöcker ([Stö1998], Abschnitt 20.2.4.5, Seite 585) bezeichnete Loschmidt-Konstante $\boldsymbol{N_L}$ kann zusammen mit der Avogadro-Konstante in das Molvolumen umgerechnet werden:

$$\boldsymbol{V_{\text{mol}} == \frac{N_A}{N_L} \; /. \left\{N_A \to 6.0221367 * \frac{10^{23}}{\text{"mol"}}, N_L \to 2.68675 * \frac{10^{25}}{\text{"m"}^3}\right\}}$$

$$V_{\text{mol}} == \frac{0.0224142\,\text{m}^3}{\text{mol}}$$

Die Angaben bei Mortimer [Mor1987] sind eventuell fehlerhaft und inkonsistent, zeigen aber auf, wo Verständnishürden zwischen Physikern und Chemikern vorkommen können.

Seit dem Altertum (z.B. 5.Mose 19,15) ist es Brauch, eine Aussage auf mehrere Zeugenaussagen zu gründen.

Wem dieses Argumentationsprinzip nicht ausreicht, der überlege sich ein Argumentationsprinzip, das mit einer freiheitlich-demokratischen Grundordnung zu vereinbaren ist. Naturgesetze werden nicht durch demokratische Abstimmung gefunden, und doch müssen mehrere Forscher zu einem bestimmten Ergebnis gekommen sein, bevor man von "gesicherten Tatsachen" reden kann.

Die Anwendung dieses Argumentationsprinzips auf die Frage nach der korrekten Avogadro-Zahl ergibt, daß der Wert bei Mortimer irrig ist. Auch folgender Eindruck des Amerikaners Mortimer ist demnach eine ungenaue Fehleinschätzung ([Mor1987], Kapitel 3, Abschnitt 3, Seite 28 oben):

"Die zugehörige Zahl wird die **Avogadrosche Zahl** N_A genannt (im deutschen Schrifttum auch Loschmidtsche Zahl). ..."

Sie können aus dem vorhandenen Literaturdebakel nur so viel lernen, daß Sie sich angewöhnen, zu allen Ihren Ausarbeitungen stets die verwendeten Quellen anzugeben. Selbst dann kann es sein, daß Sie zumindest vorübergehend eine irrige Ansicht vertreten.

■ 1.4.4. Die elektrische Stromstärke

Früher wurde nicht die elektrische Stromstärke $\boldsymbol{I}$, sondern die elektrische Ladung $\boldsymbol{q}$ als Basisgröße der Elektrodynamik verwendet. Die elektrische Ladung hat viele Parallelen zur mechanischen "Ladung", nämlich der Masse. Die Einheit der elektrischen Ladung ist **1** $\boldsymbol{C}$ (Coulomb, französisch; sprich: Kulo).

Trotzdem ist es meßtechnisch bedeutend einfacher, Ströme anstelle von elektrischer Ladung zu messen. Deshalb wird als Stromstärke das Ampere (**1** $\boldsymbol{A}$) verwendet, das nach dem Physiker André Marie Ampère (1775-1836) benannt ist und wie folgt mit der elektrischen Ladung $\boldsymbol{q}$ zusammenhängt:

$$I == \frac{\Delta \text{q}}{\Delta \text{t}} == \frac{\partial q}{\partial t} \qquad 1\,C == 1\,\text{As} \tag{1.12}$$

In der Gleichung (1.12) wird nicht ausgesagt, daß sich die Ladung verändert, sondern daß sie sich bewegt. Wird von der atomistischen Struktur der Materie abgesehen, so können im *Kontinuumsansatz* auch Ladungsfelder und Stromfelder beschrieben werden, wobei jede der Feldgrößen $\boldsymbol{I[x,\ y,\ z,\ t]}$ und $\boldsymbol{q[x,\ y,\ z,\ t]}$ dann von jeweils 4 Koordinaten abhängt.

In der offiziellen Meßanweisung für das Ampere kommen zwei unendlich lange Leiter vor, die auf eine Übungsaufgabe aus der Theoretischen Physik anspielen. Jedes Meßgerät muß also mit dieser theoretischen Übungsaufgabe abgeglichen werden.

■ 1.4.5. Die absolute Temperatur

Ein Gasthermometer ist ein mit Gas gefülltes Rohr, das an einem Ende fest abschließt und am anderen Ende mit einer Flüssigkeit (z.B. Quecksilber) verschlossen ist.

Die Celsius-Skala der Temperatur wählt nun den Eispunkt (bei Normdruck **101325 Pa**) von reinem Wasser bei **0 °C** (Null Grad Celsius) und den Siedepunkt (bei Normdruck) bei **100 °C**. Alle anderen Temperaturen werden durch lineare Interpolation und Extrapolation gefunden und auch eingestellt, soweit die abschließende Flüssigkeit auch flüssig bleibt.

Bei genauen Untersuchungen dieser Art ergibt sich ein absoluter Nullpunkt der Temperatur bei $\mathbf{-273.15\,°C := 0\,\mathit{K}}$. Die neue Einheit der absoluten Temperatur heißt **Kelvin** nach William Thomson (späterer Lord Kelvin). Da der Tripelpunkt (dort sind alle 3 Phasen gleichzeitig vorhanden) des Wassers bei $\mathbf{273.16\,\mathit{K}}$ liegt, wird das Thermometer laut SI-Vorschrift damit und mit dem absoluten Nullpunkt bei linearer Inter- und Extrapolation geeicht.

Mit Hilfe der Gas-kinetischen Theorie ist es möglich, über die Varianz σ^2 der Geschwindigkeitsverteilungen in einem Körper (er darf auch gasförmig sein!) eine absolute Temperatur zuzuordnen. Somit läßt sich das Kelvin prinzipiell auch durch die Basisgrößen Länge und Zeit ausdrücken. Für technische Belange hat diese Möglichkeit höchstens bei der Eichung einen Sinn.

■ 1.4.6. Die Belechtungsstärke

Eine weitere SI-Größe, die eigentlich keine Basisgröße ist, ist die Beleuchtungsstärke. Historisch wurden verschiedene Norm-Lichtquellen gefertigt, die das Messen der Beleuchtungsstärke beeinflußten.

Die SI-Einheit ist **1 cd** (candela) und wird hier nur der Vollständigkeit wegen erwähnt.

Ein Analogon zur Phon-Skala für die Lautstärke ist bei der Messung von Helligkeiten noch nicht umgesetzt. Historisch hat sich der Begriff *Hellempfindlichkeit* etabliert ([BS1993], **Band 3** (Optik), Seite 147).

Langfristig ist mit einem logarithmischen Maß für die Helligkeit zu rechnen, das das Weber-Fechnersche Gesetz berücksichtigt.

■ 1.4.7. Weber-Fechnersches Gesetz

■ 1.4.7.1. Lautstärke-Messung

Die Arbeiten von Weber (1804-1891) und Fechner (Gründer der Psychophysik beziehungsweise Neurophysiologie, 1801-1887) ergeben eine logarithmische Skalierung bei der Nervenempfindung. Daraus folgt für die Helligkeits- oder Lautstärke-Empfindung des Menschen der subjektive Eindruck, daß eine Verdopplung und anschließende Vervierfachung eines Signals äquivalente Verstärkungen seien. Die technische Einheit für die Lautstärke ist daher das **Phon**, (DIN 45 630) das eine gemittelte Gewichtung der Empfindungen von Testpersonen darstellt, wobei meßtechnisch **Dezibel [dB]** wie folgt ermittelt werden:

$$z = 10\,\mathrm{Log}\left[\frac{I_2}{I_1}\right] = 10\,\mathrm{Log}\left[\frac{p_2^2}{p_1^2}\right] = 20\,\mathrm{Log}\left[\frac{p_2}{p_1}\right] \tag{1.13}$$

Hierbei ist: I_1 Referenz-Intensität, bei der Einheit **[dB (*A*)]** nach DIN 45 633 mit genormter Bezugskurve als sinnvoller Kompromiß für Geräteanzeige
I_2 Intensität unbekannter Maßzahl
p_1, p_2 zugehörige Schalldrücke

Als weiterführende Literatur zum Thema dienen Anleitungen zum Physik-Praktikum für Medizinstudenten (etwa [MSt1998], Versuch 9: Hörschall und Ultraschall).

■ 1.4.7.2. Tonhöhe-Messung

Ein anderes Beispiel ist die Tonhöhe, die in der Musik mit Bruchteilen der Frequenzverdopplung (Oktave) angegeben wird, während die Resonanzfrequenz technischer Schwingkreise in **Hertz [Hz]** angegeben wird:

$$1\,\text{Cent} = \frac{\text{Halbton}}{100} = \frac{\text{Oktave}}{1200} = 2^{\frac{1}{1200}\,\frac{\mathrm{Log}\left[\frac{f_2}{f_1}\right]}{\mathrm{Log}[2]}} = 2^{\frac{\mathrm{Log}\left[1200\sqrt{\frac{2 f_1}{f_1}}\right]}{\mathrm{Log}[2]}} = \sqrt[1200]{2} \tag{1.14}$$

Die Basis **2** des Logarithmus muß bei dieser Rechnung auch wieder als Basis der Potenz auftauchen. Hier ist also **1200 Cent** das Maß der Oktave (Frequenzverdopplung). **Cent** ist wie **dB** ein *relatives Maß*. Eine absolute Tonhöhe benötigt zusätzlich die Festlegung eines *Kammertons*, zu Beginn des 21. Jahrhunderts wurde der Ton ***a'*** mit **440 Hz** angegeben, in früheren Zeiten waren es auch schon **415 Hz**.

Bei Stimmgeräten für Musikinstrumente sind beide Skalen vorhanden, damit alternativ auch die Resonanzfrequenz einer Maschine ermittelt werden kann. Außerdem kann der Kammerton variiert werden, was besonders ältere Gitarren durch weicheren Klang bei tieferer Kammertonhöhe danken.

■ 1.4.7.3. Allgemeiner Ansatz zur mathematischen Beschreibung menschlicher Empfindung

Wird das Weber-Fechnersche Gesetz auf alle subjektiv menschlichen Empfindungen von Nervenreizen angewandt, so ergibt sich folgende *Metrik der relativen Empfindung*:

$$\mathbf{Maß} = \boldsymbol{a}^{\mathbf{Intervallfaktor}\,\frac{\mathrm{Log}\left[\frac{I_2}{I_1}\right]}{\mathrm{Log}[a]}}$$

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{\text{Intervallfaktor}}$$

Die jeweilige Empfindungsschwelle I_1 bestimmt die kleinste Einheit der physischen (nicht: "physikalischen") Erlebniswelt. Die Bezugszahl ***a*** ist oft die **2**, da Verdopplung oder Halbierung gut vorstellbar ist.

Bei einem logarithmischen Maßstab der Zeit ist die Halbierung der Meßgröße nicht ohne Relativ-Bezug möglich, da die Null, also der Startzeitpunkt der Messung, nach $-\infty$ (Minus Unendlich) transformiert wird.

Auf der anderen Seite ist aber bei allen menschlichen Empfindungen (und auch technischen Meßgeräten) eine *unterste Wahrnehmbarkeitsschwelle* vorhanden, die dazu führt, daß für die tatsächliche Betrachtung das Verhältnis von Meßwert zu Wahrnehmbarkeitsschwelle verwendet wird. Auf diese Weise ist der logarithmische Maßstab kalibriert: Er beginnt beim Logarithmus des Verhältnisses Eins:

Start = Log[1]

0

Logarithmische Maßstäbe und die Diskussion von Maßzahl-Verhältnissen hängen miteinander zusammen. Die Einheitenkontrolle erfolgt so, daß das Argument der Logarithmus-Funktion stets *dimensionslos* (ohne Einheit) ist.

■ 1.5. Protokoll

Die Version von *Mathematica* lautet:

{$Version, $ReleaseNumber, $LicenseID}

{Microsoft Windows 3.0 (October 6, 1996), 0, 0}

Die Berechnungszeit betrug (in Sekunden):

TimeUsed[]

1.32

Literatur

Bibel
"Die Bibel, oder die ganze Heilige Schrift Alten und Neuen Testaments nach der deutschen Uebersetzung Dr. Martin Luthers.", Revision durch Dr. J. Ph. Fresenius, (1751); Druck und Verlag von Heinrich Ludwig Brönner, Frankfurt am Main, 40. Auflage, (1841)

[BrS1987]
Bronstein I. N., Semendjajew K. A. *Taschenbuch der Mathematik*, Gemeinschaftsausgabe Verlag Nauka, Moskau und BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 23. Auflage, (1987)

[BS1993]
Hrsg. Niedrig H, *Bergmann/Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band **3 Optik**, Walter de Gruyter, 9. Auflage, (1993)

[dtv1969]
dtv-Lexikon der Physik, **10** Bände, (1969)

[Grei1981]
Greiner W. *Theoretische Physik*, Band **1 Mechanik I**, Verlag Harri Deutsch Thun und Frankfurt am Main, 3. verbesserte und erweiterte Auflage, (1981)

[HMS2004]
Hering E., Martin R., Stohrer M. *Physik für Ingenieure*, Springer-Verlag Berlin etc., 9. Auflage, (2004)

[HT1956]
Hort W., Thoma A. *Die Differentialgleichungen der Technik und Physik*, Johann Ambrosius Barth Verlag Leipzig, 7. Auflage, (1956)

[Mor1987]
Mortimer Ch. *Chemie – Das Basiswissen der Chemie*, Georg Thieme Verlag Stuttgart, 5. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, (1987)

[MSt1998]
Möllmann K, Stoll B. *Versuchsanleitungen zum Physik-Praktikum für Mediziner und Zahnmediziner*, Universität Ulm, Studienjahr 1998/99, (1998)

[Stö1998]
Stöcker H., *Taschenbuch der Physik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 3. überarbeitete und erweiterte Auflage, (1998)

[Süd2000]
Südland N. *Fractionale Diffusionsgleichungen und Foxsche H-Funktionen mit Beispielen aus der Physik*, Dissertation Uni Ulm, (2000)

[Sza1956]
Szabó I. *Einführung in die Technische Mechanik*, Springer-Verlag, 2. verbesserte und erweiterte Auflage, (1956)

[Zem1987]
Zemanek H. *Kalender und Chronologie*, R. Oldenbourg Verlag München, 4. verbesserte Auflage, (1987)